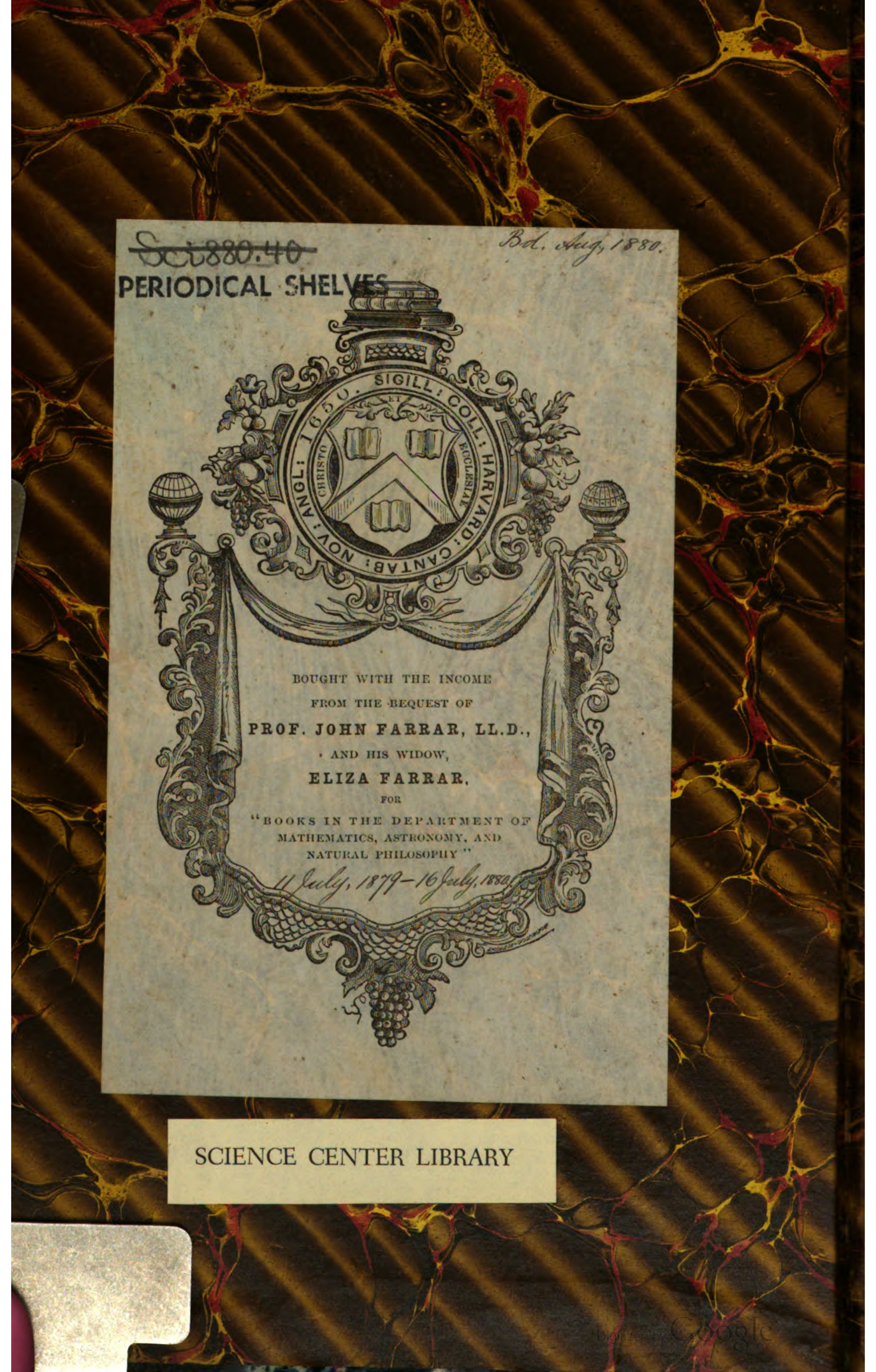
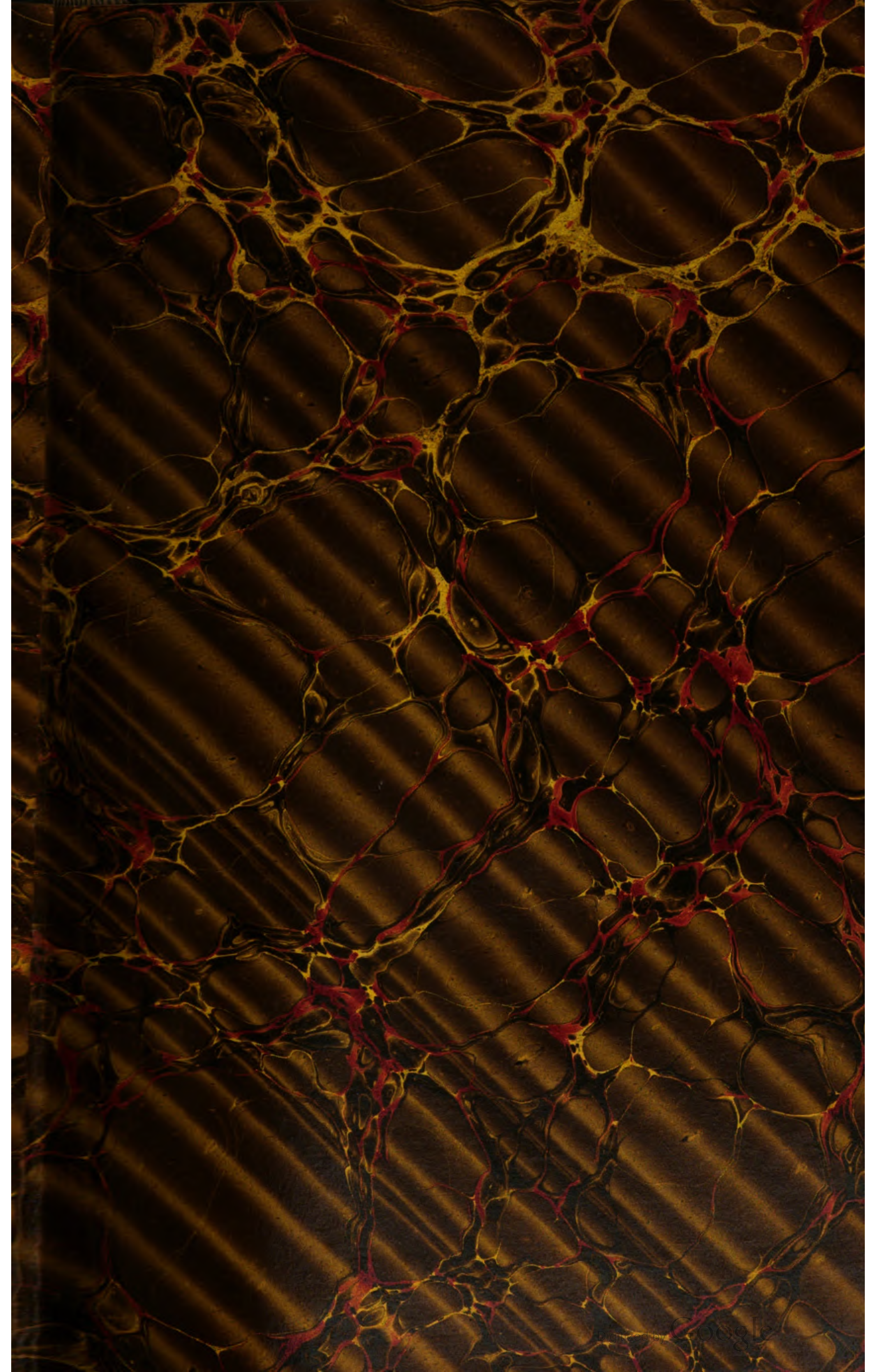


Sci 880.40
PERIODICAL SHELVES
Bd. Aug. 1880.
SIGILL: COLL: HARVARD: CANTAB: NOV: ANGL: 1650
CHRISTO ET ECCLESIAE
BOUGHT WITH THE INCOME
FROM THE BEQUEST OF
PROF. JOHN FARRAR, LL.D.,
AND HIS WIDOW,
ELIZA FARRAR,
FOR
"BOOKS IN THE DEPARTMENT OF
MATHEMATICS, ASTRONOMY, AND
NATURAL PHILOSOPHY"
11 July, 1879 – 16 July, 1880.
SCIENCE CENTER LIBRARY



BULLETIN

DES

SCIENCES MATHÉMATIQUES

ET

ASTRONOMIQUES.

XIV 2

AVIS.

Toutes les communications doivent être adressées à M. *J. Hoüel*, Secrétaire de la rédaction, Professeur de Mathématiques pures à la Faculté des Sciences de Bordeaux, cours d'Aquitaine, 66.

5243 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.

BIBLIOTHÈQUE DE L'ÉCOLE DES HAUTES ÉTUDES,
PUBLIÉE SOUS LES AUSPICES DU MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE.

7

BULLETIN

DES

SCIENCES MATHÉMATIQUES

ET

ASTRONOMIQUES,

RÉDIGÉ PAR MM. G. DARBOUX, J. HOÜEL ET J. TANNERY,

AVEC LA COLLABORATION DE

MM. ANDRÉ, BATTAGLINI, BELTRAMI, BOUGAÏEF, BROCARD, LAISANT, LAMPE,
LESPIAULT, MANSION, POTOCKI, RADAU, RAYET, WEYR, ETC.,

SOUS LA DIRECTION DE LA COMMISSION DES HAUTES ÉTUDES.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME III. — ANNÉE 1879.

(TOME XIV DE LA COLLECTION.)

SECONDE PARTIE.



PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,
SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER,
Quai des Augustins, 55.

1879

1879, July 11 - 1880, July 16

Farrar fund

BULLETIN

DES

SCIENCES MATHÉMATIQUES

ET

ASTRONOMIQUES.

SECONDE PARTIE.

REVUE DES PUBLICATIONS ACADÉMIQUES ET PÉRIODIQUES.

JOURNAL DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES, fondé par J. LIOUVILLE et continué par H. RESAL. – 3e série (1).

Tome IV; 1878.

Darboux. — Mémoire sur l'approximation des fonctions de très-grands nombres et sur une classe étendue de développements en série. Première Partie. (1-56).

Dans la première Partie de ce travail, l'auteur développe une méthode nouvelle pour obtenir les expressions approchées des fonctions de très-grands nombres. Parmi les applications de cette méthode, nous indiquerons les suivantes :

1° L'approximation des polynômes de Legendre. L'auteur donne en particulier une formule qui permet d'obtenir une expression approchée, l'erreur commise étant de l'ordre d'une puissance aussi grande qu'on le voudra de $\frac{1}{n}$.

---

(1) Voir *Bulletin*, II_2, 48.

2° L'approximation indéfinie des dérivées $n^{\text{ièmes}}$ de

$$(1-x^2)^{-\alpha},\quad (1+x^2)^{-\alpha},$$

et, en général, de

$$(x-a_1)^{\alpha_1}\ldots(x-a_p)^{\alpha_p},$$

$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_p$ étant quelconques.

3° L'approximation de l'intégrale

$$\int \varphi(x) f^n(x)\, dx.$$

L'auteur étend le résultat de Laplace au cas où les fonctions f et φ sont imaginaires, ainsi que les limites de l'intégrale.

4° L'approximation du terme général de la série de Lagrange

$$\frac{d^n}{dx^n}\cdot f(x)\varphi^n(x).$$

5° L'approximation indéfinie des polynômes qui naissent de la série hypergéométrique et qui ont été étudiés par Jacobi et par M. Tchebychef.

Le principe de la méthode adoptée par l'auteur consiste dans la détermination de l'ordre de grandeur des termes d'une série trigonométrique ou, ce qui est la même chose, des coefficients de rang élevé d'une série ordonnée suivant les puissances de la variable. M. Darboux montre que l'ordre de grandeur et l'expression approchée de ces coefficients se déterminent aisément quand on connaît les valeurs pour lesquelles la fonction devient infinie et la manière dont elle devient infinie dans le voisinage de ces valeurs.

Mannheim (*A.*). — Sur les surfaces réglées. (57-60).

Mathieu (*Ém.*). — Réponse à la Note de M. Allégret sur le problème des trois corps. (61-62).

Clausius (*R.*). — Sur la déduction d'un nouveau principe d'Électrodynamique. (63-118).

On sait que M. W. Weber [1] a cherché à ramener les phénomènes électrostatiques et électrodynamiques à un principe unique, à l'aide duquel il exprime la force que deux particules d'électricité en mouvement exercent l'une sur l'autre. Soient e, e' les masses de deux particules électriques situées au temps t à une distance r l'une de l'autre; l'action exercée par ces particules est une répulsion f:

$$f=\frac{ee'}{r^2}\left[1-\frac{1}{c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2+\frac{2}{c^2}r\frac{d^2r}{dt^2}\right]. \tag{1}$$

Dans cette expression, c représente une constante.

---

[1] Consultez, au sujet des formules de Weber et de Riemann, les Leçons de Riemann, publiées récemment par Hattendorff sous le titre : *Schwere, Elektricität und Magnetismus*, et dont nous avons rendu un compte sommaire dans ce *Bulletin* (t. XI, p. 97).

Riemann a énoncé une loi différente. En désignant par x, y, z, x', y', z' les coordonnées des particules de masse e, e' au temps t, la composante suivant l'axe des x de la force que e' exerce sur e est

$$(2)\quad \begin{cases} X = \dfrac{ee'}{r^2}\dfrac{dr}{dx} + \dfrac{ee'}{c^2}\dfrac{d\left[\dfrac{2}{r}\left(\dfrac{dx}{dt} - \dfrac{dx'}{dt}\right)\right]}{dt} \\ \qquad + \dfrac{ee'}{c^2}\dfrac{1}{r^2}\dfrac{dr}{dx}\left[\left(\dfrac{dx}{dt} - \dfrac{dx'}{dt}\right)^2 + \left(\dfrac{dy}{dt} - \dfrac{dy'}{dt}\right)^2 + \left(\dfrac{dz}{dt} - \dfrac{dz'}{dt}\right)^2\right], \end{cases}$$

et les composantes suivant les autres axes sont données par des expressions analogues.

Les formules de Weber et de Riemann, appliquées à l'action réciproque de deux courants fermés, fournissent des résultats concordant avec la loi d'Ampère; elles satisfont, de plus, aux lois connues de l'induction et ne sont point en contradiction avec le principe de la conservation de l'énergie. Elles suffisent donc à tous les besoins de la Physique actuelle.

Toutefois, Weber n'a établi la formule (1) qu'à la faveur d'une hypothèse particulière sur la constitution intime des courants, d'après laquelle des quantités égales d'électricités positive et négative se déplaceraient en sens contraire avec une vitesse égale dans chaque élément conducteur. M. Clausius rejette une conception aussi compliquée et se propose de trouver une expression générale des actions électriques compatible avec l'hypothèse d'un seul fluide en mouvement dans les conducteurs traversés par un courant. On pourra supposer l'électricité négative adhérente à la matière, tandis que l'électricité positive se déplace seule dans le sens du courant.

M. Clausius établit d'abord que les formules de Weber et de Riemann ne sont pas compatibles avec l'hypothèse d'un seul fluide en mouvement : elles conduisent, dans ce cas, à un résultat contraire à cette proposition expérimentale qu'*un courant fermé et constant, qui se trouve dans un conducteur au repos, n'exerce aucune force motrice sur l'électricité en repos.*

Il cherche ensuite une expression de la force exercée par une particule e' sur une particule e d'électricité dans l'hypothèse d'une seule électricité mobile dans les conducteurs. Il suppose que cette force dépend de la position mutuelle des particules ainsi que des conditions de mouvement déterminées par les composantes de leur vitesse et de leur accélération, et forme, en conséquence, pour chacune des trois composantes suivant les axes, une expression générale qui dépend des coordonnées relatives de l'une des particules par rapport à l'autre et des coefficients différentiels du premier et du second ordre, par rapport au temps, des coordonnées des deux particules; il y fait entrer provisoirement tous les termes possibles jusqu'au second ordre inclusivement, en entendant par là tous ceux qui proviennent d'une double différentiation par rapport au temps, et qui renferment comme facteurs ou un coefficient différentiel du second ordre, ou deux coefficients différentiels du premier ordre.

Cette expression se simplifie déjà beaucoup en choisissant pour axes de coordonnées la droite qui joint les points où se trouvent les particules d'électricité au temps t (nous l'appellerons *axe des l*), et deux autres axes perpendiculaires au premier, mais arbitraires (*axes des m et des n*). La distance des deux points est représentée par r, et nous supposons les deux masses électriques égales à l'unité.

L'expression cherchée doit d'abord renfermer un terme indépendant des mouve-

ments des particules, et qui représente la force électrostatique. Ce terme est parfaitement connu : c'est $\frac{1}{r^2}$.

Parmi les autres, les termes en $\frac{dm}{dt}$, $\frac{dn}{dt}$, $\frac{d^2m}{dt^2}$, $\frac{d^2n}{dt^2}$, $\frac{dl}{dt}\frac{dm}{dt}$, $\frac{dl}{dt}\frac{dn}{dt}$, $\frac{dm}{dt}\frac{dn}{dt}$, $\frac{dm'}{dt}$, $\frac{dn'}{dt}$, $\frac{d^2m'}{dt^2}$, $\frac{d^2n'}{dt^2}$, $\frac{dl'}{dt}\frac{dm'}{dt}$, $\frac{dl'}{dt}\frac{dn'}{dt}$, $\frac{dm'}{dt}\frac{dn'}{dt}$, $\frac{dl}{dt}\frac{dm'}{dt}$, $\frac{dl'}{dt}\frac{dm}{dt}$, $\frac{dl}{dt}\frac{dn'}{dt}$, $\frac{dl'}{dt}\frac{dn}{dt}$, $\frac{dm}{dt}\frac{dn'}{dt}$, $\frac{dm'}{dt}\frac{dn}{dt}$ ont un coefficient nul; car ils changent de signe avec l'une des coordonnées m, n, m', n', et il n'y a pas de raison pour qu'un mouvement suivant l'axe de m, par exemple, produise, par rapport à la force développée suivant l'axe des l ou des n, un effet différent lorsqu'il l'exécute vers les m positifs ou les m négatifs.

Comme, d'autre part, rien ne distingue l'axe des m de l'axe des n, le nombre des coefficients distincts diminue encore, car il faut attribuer un même coefficient aux termes en $\left(\frac{dm}{dt}\right)^2$ et $\left(\frac{dn}{dt}\right)^2$, $\left(\frac{dm'}{dt}\right)^2$ et $\left(\frac{dn'}{dt}\right)^2$, $\frac{dm}{dt}\frac{dm'}{dt}$ et $\frac{dn}{dt}\frac{dn'}{dt}$.

En résumé, les trois composantes L, M, N de la force seront de la forme

$$L = \frac{1}{r^2} + L_1 + L_2 + L_3,$$

$$M = M_1 + M_2 + M_3,$$

$$N = N_1 + N_2 + N_3,$$

avec

$$L_1 = A\frac{dl}{dt} + A_1\frac{d^2l}{dt^2} + A_2\left(\frac{dl}{dt}\right)^2 + A_3 v^2,$$

$$L_2 = A_4\frac{dl'}{dt} + A_5\frac{d^2l'}{dt^2} + A_6\left(\frac{dl'}{dt}\right)^2 + A_7 v'^2,$$

$$L_3 = A_8\frac{dl}{dt}\frac{dl'}{dt} + A_9 vv'\cos\varepsilon,$$

$$M_1 = B\frac{dm}{dt} + B_1\frac{d^2m}{dt^2} + B_2\frac{dl}{dt}\frac{dm}{dt},$$

$$M_2 = B_3\frac{dm'}{dt} + B_4\frac{d^2m'}{dt^2} + B_5\frac{dl'}{dt}\frac{dm'}{dt},$$

$$M_3 = B_6\frac{dl}{dt}\frac{dm'}{dt} + B_7\frac{dl'}{dt}\frac{dm}{dt},$$

$$N_1 = B\frac{dn}{dt} + B_1\frac{d^2n}{dt^2} + B_2\frac{dl}{dt}\frac{dn}{dt},$$

$$N_2 = B_3\frac{dn'}{dt} + B_4\frac{d^2n'}{dt^2} + B_5\frac{dl'}{dt}\frac{dn'}{dt},$$

$$N_3 = B_6\frac{dl}{dt}\frac{dn'}{dt} + B_7\frac{dl'}{dt}\frac{dn'}{dt};$$

v et v' sont les vitesses des particules e, e'; ε l'angle de leurs directions. Les coefficients A, A_1, ..., B, B_1, ... sont des fonctions de r qu'il reste à déterminer.

Après avoir exprimé les composantes X, Y, Z de la force dans un système quelconque de coordonnées, M. Clausius a recours, pour la détermination des fonctions inconnues, à l'application de diverses propositions expérimentales, dont la première est qu'*un courant quelconque fermé et constant*, *circulant dans un conduc-*

teur fixe, n'exerce aucune force motrice sur l'électricité au repos et réciproquement. Les autres propositions dont il fait usage se rapportent à l'action de deux courants fermés, laquelle doit s'opérer conformément à la loi d'Ampère et aux lois de l'induction, telles qu'elles ont été établies par Neumann. En dernier lieu, il applique le principe de la conservation de l'énergie.

M. Clausius parvient ainsi à exprimer les composantes X, Y, Z de la force exercée par la particule e' sur la particule e avec une seule fonction inconnue de r, qu'il représente par R. Il trouve

$$(3)\qquad \left\{\begin{aligned} X = &-\frac{d\frac{1}{r}}{dx}\left[1+\frac{k}{2}\frac{d^2(r^2)}{ds\,ds'}\frac{ds}{dt}\frac{ds'}{dt}\right]-k\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\frac{dx'}{dt}\right)\\ &+\frac{d}{dx}\left[\frac{d^2R}{ds'^2}\left(\frac{ds'}{dt}\right)^2+\frac{dR}{ds'}\frac{d^2s'}{dt^2}\right];\end{aligned}\right.$$

ds et ds' sont les deux éléments de trajectoire correspondants aux particules e et e' pendant le temps dt; Y et Z ont des expressions analogues. Quant à l'action exercée par la particule e sur la particule e', on trouve les composantes X′, Y′, Z′ en permutant les lettres accentuées et non accentuées dans les expressions de X, Y et Z.

Le travail effectué par les forces pendant le temps dt est

$$\left(X\frac{dx}{dt}+Y\frac{dy}{dt}+Z\frac{dz}{dt}+X'\frac{dx'}{dt}+Y'\frac{dy'}{dt}+Z'\frac{dz'}{dt}\right)dt.$$

Cette quantité doit, d'après le principe de la conservation de l'énergie, être la différentielle totale d'une autre quantité W qui dépend des positions actuelles et de l'état de mouvement des particules. On trouve

$$(4)\qquad W=-\left\{\frac{1}{r}-\left[\frac{k}{2r}\frac{d^2(r^2)}{ds\,ds'}+\frac{d^2R}{ds\,ds'}\right]\frac{ds}{dt}\frac{ds'}{dt}\right\}.$$

Bien entendu, W, X, Y, Z, X′, Y′, Z′ doivent être multipliés par le produit ee' des masses électriques agissantes, quand on suppose celles-ci différentes de l'unité.

Par la considération des forces électrostatiques, on sait que la quantité dont la différentielle négative représente le travail s'appelle le *potentiel* des deux particules électriques l'une sur l'autre. Par analogie, M. Clausius considère l'expression ci-dessus, abstraction faite du signe —, comme un potentiel. Le premier terme

$$(5)\qquad U=\frac{ee'}{r}$$

est le *potentiel électrostatique;* le reste

$$(6)\qquad V=-ee'\left[\frac{k}{2r}\frac{d^2(r^2)}{ds\,ds'}+\frac{d^2R}{ds\,ds'}\right]\frac{ds}{dt}\frac{ds'}{dt}$$

reçoit le nom de *potentiel électrodynamique.* Son expression est beaucoup plus simple que celle des composantes de la force.

L'expression de V que l'on vient d'écrire est la seule possible dans l'hypothèse d'une seule électricité en mouvement dans un conducteur solide. La fonction R qu'elle renferme ne peut pas se déterminer au moyen des courants fermés, et, par suite, on ne peut, dans l'état actuel de la Science, énoncer à son sujet que des probabilités.

Par exemple, si l'on admet que la force doit être une fonction simple de la distance, on est conduit à poser

$$R = k_1 r,$$

k_1 étant une constante. Les valeurs de V, X, Y, Z, X', Y', Z' sont les plus simples possibles quand on fait $k_1 = 0$, c'est-à-dire $R = 0$.

L'expression du potentiel électrodynamique est particulièrement propre à la comparaison des différentes formules fondamentales de l'Électrodynamique proposées jusqu'à ce jour (à l'exception de celle de Gauss, qui ne satisfait pas au principe de la conservation de l'énergie) : d'après Weber,

$$V = -\frac{1}{c^2}\frac{ee'}{r}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2;$$

d'après Riemann,

$$V = -\frac{1}{c^2}\frac{ee'}{r}\left[\left(\frac{dx}{dt}-\frac{dx'}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}-\frac{dy'}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}-\frac{dz'}{dt}\right)^2\right];$$

enfin, d'après l'auteur,

$$V = -ee'\left[\frac{k}{2r}\frac{d^2(r^2)}{ds\,ds'}+\frac{d^2R}{ds\,ds'}\right]\frac{ds}{dt}\frac{ds'}{dt},$$

ou, si l'on suppose $R = 0$,

$$V = -k\frac{ee'}{2r}\frac{d^2(r^2)}{ds\,ds'}\frac{ds}{dt}\frac{ds'}{dt}.$$

M. Clausius termine son Mémoire en cherchant quelle doit être, dans sa théorie, l'action réciproque de deux éléments de courant. Pour obtenir la composante de cette action suivant l'axe des x, on devra chercher successivement les composantes de l'action de $h\,ds$ sur $h'ds'$ et sur $-h'ds'$, et de celle de $-h\,ds$ sur $h'ds'$ et $-h'ds'$, en considérant les quantités d'électricité positive $h\,ds$ et $h'ds'$ comme en mouvement, et les quantités d'électricité négative $-h\,ds$ et $-h'ds'$ comme en repos ; on fera enfin la somme algébrique de ces quatre expressions. En représentant par i et i' les intensités des deux courants $\left(i = \frac{h\,ds}{dt},\ i' = \frac{h'ds'}{dt}\right)$, on trouve définitivement, et dans l'hypothèse la plus générale à laquelle se rapporte la formule (6),

$$(7)\qquad k i i' ds\,ds'\left(\frac{d\frac{1}{r}}{dx}\cos\varepsilon - \frac{d\frac{1}{r}}{dx}\frac{dx'}{ds'}\right).$$

Cette expression ne contient plus la fonction indéterminée R ; elle est entièrement déterminée, et c'est la seule compatible avec l'hypothèse d'une seule électricité en mouvement dans les conducteurs. E. B.

Villarceau (*Y.*). — Sur le développement en séries des racines réelles des équations. (119-124).

a étant une valeur approchée d'une racine réelle de l'équation

$$f(x) = 0,$$

et la dérivée $f'(x)$ du premier membre étant supposée ne pas devenir très-petite dans le voisinage de cette racine, M. Villarceau cherche à mettre cette dernière

sous la forme d'une série infinie telle que

$$x = a - A_1 \frac{f(a)}{1} + A_2 \frac{[f(a)]^2}{1.2} - A_3 \frac{[f(a)]^3}{1.2.3} + \ldots$$

Cette série restant convergente lorsque a reste compris entre certaines limites, l'identité

$$\frac{dx}{du} = 0$$

le conduit à la détermination des coefficients A et, en posant

$$\alpha_1 = 1 : \frac{df}{da}, \quad \alpha_2 = \frac{d^2 f}{da^2} : \left(\frac{df}{da}\right)^2, \quad \alpha_3 = \frac{d^3 f}{da^3} : \left(\frac{df}{da}\right)^3, \quad \ldots,$$

il trouve

$$\begin{aligned} x = a - \alpha_1 \frac{f(a)}{1} - \alpha_1 \alpha_2 \frac{[f(a)]^2}{1.2} + \alpha_1(\alpha_3 - 3\alpha_2^2) \frac{[f(a)]^3}{1.2.3} \\ - \alpha_1(\alpha_4 - 10\alpha_2\alpha_3 + 15\alpha_2^3) \frac{[f(a)]^4}{1.2.3.4} \\ + \alpha_1(\alpha_5 - 15\alpha_4\alpha_2 + 105\alpha_3\alpha_2^2 - 105\alpha_2^4 - 10\alpha_3^2) \frac{[f(a)]^5}{1.2.3.4.5} + \ldots, \end{aligned}$$

formule qu'il applique à deux exemples.

Fuchs (*L.*). — Sur les équations différentielles linéaires qui admettent des intégrales dont les différentielles logarithmiques sont des fonctions doublement périodiques. Extrait d'une Lettre adressée à M. Hermite. (125-140).

L'auteur se propose, en général, de déterminer les coefficients de l'équation différentielle

$$\frac{d^m y}{dx^m} + p_{m-1} \frac{d^{m-1} y}{dx^{m-1}} + \ldots + p_0 y = 0,$$

de façon qu'elle soit vérifiée par un système fondamental d'intégrales uniformes $y_1, y_2, \ldots, y_m$, telles que, en posant

$$y_i = f_i(x),$$

on ait

$$\left. \begin{aligned} f_i(x + 2K) = \mu_i f_i(x) \\ f_i(x + 2iK') = \mu'_i f_i(x) \end{aligned} \right\} \quad (i = 1, 2, \ldots, m).$$

On reconnaît de suite que ces coefficients sont des fonctions uniformes, doublement périodiques, et ne devenant infinies que de manière que leurs valeurs réciproques soient continues. Étudiant en particulier le cas d'une équation du second ordre, M. Fuchs montre qu'on peut se borner à étudier le cas où l'équation est de la forme

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = P y.$$

Si l'on veut que cette équation admette une intégrale ayant les propriétés indiquées, il faut et il suffit que le coefficient P soit de la forme

$$P = \varepsilon + \sum_i A_i D_x \log H(x - a_i) + B_i D_x^2 \log H(x - a_i),$$

ε étant une constante, et les coefficients A_i, B_i, constants eux-mêmes, étant des fonctions déterminées des valeurs a_i des zéros et des infinis de l'intégrale et de leurs ordres de multiplicité. Si l'on suppose que la fonction P ne devienne infinie dans le parallélogramme des périodes que pour la valeur $x = 2iK'$, on obtient l'équation de Lamé sous la forme que M. Hermite lui a donnée (*Comptes rendus*, t. LXXXVI, p. 680),

$$\frac{d^2y}{dx^2} = [n(n+1)k^2\sin^2\operatorname{am}x + h]y.$$

et la valeur donnée en général par l'auteur pour l'intégrale de l'équation du second ordre devient ici

$$y_1 = \frac{e^{\delta x+\delta'}\,H(x-a_1^1)\,H(x-a_2^1)\dots H(x-a_n^1)}{\Theta(x)},$$

où les quantités a_1^1, a_2^1, ... dépendent essentiellement de la valeur de h.

Pour le cas spécial, traité par M. Hermite, où l'équation de Lamé a la forme

$$\frac{d^2y}{dx^2} = (2k^2\sin^2\operatorname{am}x + k^2\sin^2\operatorname{am}a - 1 - k^2)y,$$

on trouve

$$y_1 = \frac{H(x-a)}{\Theta(x)}e^{x\frac{\Theta'(a)}{\Theta(a)}}.$$

Quant à la seconde intégrale

$$y^2 = y_1\int\frac{dx}{y_1^2},$$

elle est

$$y_2 = \frac{H(x+a)}{\Theta(x)}e^{-\frac{\Theta'(a)}{\Theta(a)}x},$$

pourvu que a ne soit pas de la forme

$$a = mk + nik' \quad (m, n \text{ entiers});$$

dans ces cas d'exception, y_1 se présente sous la forme $\sin\operatorname{am}x$, $\cos\operatorname{am}x$ ou $\Delta\operatorname{am}x$, et la valeur de y s'obtient aisément en effectuant l'intégration.

M. Fuchs fait suivre sa Lettre d'un résumé rapide des recherches qu'il a faites depuis qu'elle a été envoyée à M. Hermite, recherches publiées dans les *Nouvelles de la Société Royale de Gœttingue* (15 décembre 1877). Les équations différentielles qui servent de base à la théorie des fonctions de Lamé d'ordre supérieur, introduites par M. Heine, sont des cas particuliers d'une classe d'équations différentielles du second ordre étudiées par M. Fuchs dans le *Journal de Crelle* (t. LXXXI, p. 116-118), et intégrées par lui au moyen des intégrales abéliennes. Partant des résultats obtenus dans ce Mémoire, il donne les conditions pour que l'équation

$$R(z)\frac{d^2u}{dz^2} + \tfrac{1}{2}R'(z)\frac{du}{dz} + H(z)u = 0,$$

où $R(z)$, $H(z)$ sont des fonctions entières de degrés m et $m-2$, ait une intégrale de la forme

$$u = G^{\frac{1}{2}}e^{\frac{1}{2}\sqrt{-\lambda}\int\frac{dz}{G\sqrt{R}}},$$

G étant une fonction entière et λ une constante. Ces conditions étant supposées remplies, M. Fuchs détermine la fonction G, et trouve ainsi un système fondamental d'intégrales; il se restreint ensuite au cas où l'équation est de la forme

$$R(z)\frac{d^2u}{dz^2}+\frac{1}{2}R'(z)\frac{dz}{du}-[n(n+1)k^2z^2+h]u=0,$$

où

$$R(z)=\sqrt{(1-z^2)(1-k^2z^2)}.$$

Cette équation se déduit de celle de Lamé, en y faisant

$$\frac{dz}{dx}=\sqrt{R(z)}.$$

Il parvient ainsi aux intégrales de l'équation de Lamé, et la même méthode lui fournit sans difficulté les cas d'exception.

Fiedler. — Géométrie et Géomécanique. Aperçu des faits qui montrent la connexion de ces sciences dans l'état présent de leur développement. (141-176).

Cette Notice a été le texte d'une leçon semestrale faite, en 1876, aux élèves de la 6e section de l'École Polytechnique Fédérale. Après avoir résumé les travaux de M. Mannheim, l'auteur expose rapidement la nouvelle conception de la Cinématique et de la Dynamique qui a son origine dans les recherches de Plücker et qui a été developpée par M. Klein et spécialement par M. Ball.

On sait, depuis Poinsot, que tout système de forces (*torseur*) peut être d'une seule manière mis sous une forme canonique, c'est-à-dire réduit à une force unique et à un couple agissant dans un plan normal à cette forme. Six quantités déterminent complétement ce torseur, à savoir : quatre grandeurs qui déterminent la ligne d'action de la force unique, un paramètre linéaire p; la *flèche*, qui exprime le quotient du moment du couple par la force unique; ces cinq quantités déterminent le complexe linéaire, ou la *vis* qui, comme l'on sait, correspond au torseur; enfin l'intensité α'' de la force. Tout mouvement d'un système solide, ramené aussi à la forme canonique d'un mouvement hélicoïdal, toute *torsion* est déterminée par six quantités analogues, dont quatre pour la direction de l'axe du mouvement, ou du complexe linéaire correspondant dont la cinquième, la *flèche*, ou paramètre linéaire du complexe, est la grandeur de la translation suivant l'axe qui correspond à la rotation de l'angle unité, et dont la sixième est l'amplitude de la rotation. Si l'on considère un torseur de flèche p_2, d'intensité α_2, et une torsion de flèche p_1, d'amplitude α''_1, le travail résultant sera

$$\alpha'_1\alpha''_2\omega_{12},\quad \text{où}\quad \omega_{12}=(p_1+p_2)\cos\lambda-d\sin\lambda,$$

d désignant la plus courte distance et λ l'angle des axes des deux vis; lorsque ce travail est nul, les deux vis sont réciproques.

On trouve la condition pour qu'un corps solide soit en équilibre sous l'influence de trois torseurs, en écrivant qu'en leur adjoignant une torsion quelconque la somme des trois travaux résultants est nulle; de même on trouvera la condition pour que trois torsions se détruisent. On est ainsi conduit à la solution du problème de la composition de deux torseurs ou de deux torsions; cette composition s'effectue au moyen d'une surface réglée du troisième degré, introduite par Plücker, qui est lieu

des axes des complexes compris dans le faisceau déterminé par les deux complexes qui correspondent aux deux torseurs ou aux deux torsions; l'axe de la vis résultante est situé sur cette surface, nommée *cylindroïde* par M. Cayley; sa flèche et son intensité s'obtiennent par des règles simples.

On reconnaît aisément que toute vis réciproque à deux vis données est réciproque à toutes les vis du cylindroïde qu'elles déterminent et peut être dite réciproque à ce cylindroïde; les axes des vis réciproques à un cylindroïde et passant par un point donné forment un cône du second degré, lieu des perpendiculaires abaissées de ce point sur les génératrices du cylindroïde, en sorte que les axes de toutes les vis réciproques à un cylindroïde forment un complexe du deuxième degré; on conclut de là que les vis d'un cylindroïde sont réciproques à quatre vis prises à volonté et qu'à cinq vis arbitrairement choisies il n'existe qu'une seule réciproque.

Cette étude permet d'instituer le système de coordonnées le mieux approprié à ces recherches. Un torseur ou une torsion peut être décomposée suivant six vis données; les formules se simplifient singulièrement en choisissant ces six vis fondamentales de façon qu'elles soient, deux à deux, réciproques entre elles; elles forment alors un *système de coréciprocales*.

M. Fiedler montre ensuite comment on peut introduire les *masses* dans les mouvements et les systèmes de forces qui les produisent, comment les axes d'inertie principaux, considérés comme des vis et affectés des flèches $\pm a$, $\pm b$, $\pm c$, égales aux demi-axes de l'ellipsoïde central, forment un système coréciprocal et peuvent ainsi être appelées les *six vis d'inertie principales du système*. Il parvient ensuite à la notion des vis matériellement conjuguées, des vis d'inertie principales d'un système gêné dans son mouvement, et termine en établissant les *équations différentielles générales de la dynamique des systèmes invariables*.

Romilly (*W. de*). — Note sur l'intégration de l'équation

$$\frac{d^2V}{dx^2} + \frac{\mu+1}{x}\frac{dV}{dx} + V = 0.$$

L'auteur considère l'intégrale

$$\theta(x,\mu) = \int_0^\pi \cos(x\cos\omega)\sin^\mu\omega\, d\omega$$

et celles qui s'en déduisent en remplaçant d'abord $\cos(x\cos\omega)$ par $\sin(x\sin\omega)$, puis en remplaçant dans $\theta(x,\mu)$ et dans l'intégrale obtenue comme on vient de le dire $\sin^\mu\omega$ par $\cos^\mu\omega$. Une quelconque de ces intégrales est connue lorsque l'on connaît sa valeur pour $\mu = 0, 1, 2, 3$. On voit ensuite que, si $V(x,\mu)$ est l'une quelconque d'entre elles, elle satisfera à l'équation

$$\frac{d^2V}{dx^2} + \frac{\mu+1}{x}\frac{dV}{dx} + V = 0,$$

pourvu que $V(x,0)$, $V(x,1)$ satisfassent à cette équation; on déduit de là que $\theta(x,\mu)$ est une intégrale, quel que soit μ, ce qui, dans quelques cas, permet d'obtenir l'intégrale générale.

Molins (*H.*). — Sur de nouvelles classes de courbes algébriques gauches dont les arcs représentent exactement la fonction elliptique de première espèce à module quelconque. (187-213).

Soit Σ une courbe dont les coordonnées rectangulaires d'un point s'expriment au moyen de l'indéterminée ζ par les formules

$$x = a\cos(p+1)\zeta + b\cos(p-1)\zeta,$$
$$y = a\sin(p+1)\zeta + b\sin(p-1)\zeta,$$
$$z = c\sin\zeta,$$

où p est un nombre commensurable, en sorte que la courbe Σ soit algébrique, et où a, b, c sont des constantes liées par la relation

$$\frac{4ab(p^2-1)+c^2}{[p(a+b)+a-b]^2+c^2} = \frac{4ab-c^2}{(a+b)^2};$$

si l'on prend la transformée Σ′ par rayons vecteurs réciproques de la courbe Σ, l'origine étant le pôle de transformation et λ^2 le module de la transformation, la différentielle de l'arc de Σ′ sera

$$ds' = \frac{\lambda^2\sqrt{[p(a+b)+a-b]^2+c^2}}{(a+b)^2}\,\frac{d\zeta}{\sqrt{1-\frac{4ab-c^2}{(a+b)^2}\sin^2\zeta}}.$$

M. Molins montre ensuite qu'on peut toujours disposer des trois constantes a, b, p, dont la dernière est commensurable, de façon que la valeur de c tirée de la relation précédemment posée soit réelle et pour que $\frac{4ab-c^2}{(a+b)^2}$ soit positif et moindre que l'unité. Dans ces conditions, la courbe Σ′ répondra évidemment au problème posé. L'auteur donne ensuite plusieurs applications.

Laguerre. — Sur les courbes de troisième classe. (213-224).

Ce travail peut être regardé comme une application du Mémoire de l'auteur *Sur l'application de la théorie des formes binaires à la Géométrie analytique* (¹) (*Journal de Mathématiques*, 3ᵉ série, t. I). Partant de l'*équation mixte* d'une courbe de troisième classe mise sous forme canonique, il introduit les équations mixtes de la hessienne et de la cayleyenne de cette courbe, étudie le faisceau tangentiel de la courbe et de sa hessienne, le faisceau ponctuel de la même courbe et de sa cayleyenne, et obtient divers théorèmes relatifs à ces éléments géométriques et aux polaires du premier et du second ordre d'une droite ou d'un point.

Laurent (*H.*). — Sur le calcul inverse des intégrales définies. (225-246).

Le problème principal que traite M. Laurent consiste à trouver une fonction $\varphi(x)$ telle que l'on ait

$$\int_a^b \varphi(x)dx = 0, \quad \int_a^b x\varphi(x)dx = 0, \quad \ldots, \quad \int_a^b x^{n-1}\varphi(x)dx = 0,$$

ou une fonction qui satisfasse aux équations qui se déduisent des précédentes en

(¹) Voir *Bulletin*, III, 379; IX, 124.

remplaçant les seconds membres nuls par des constantes; dans le premier cas, l'auteur trouve

$$\varphi(x) = \frac{d^n}{dx^n}[(x-a)^n(x-b)^n\psi(x)],$$

$\psi(x)$ désignant une fonction qui n'est pas infinie pour $x=a$ ou pour $x=b$. Le cas où $\psi(x)$ se réduit à une constante conduit aux fonctions X_n de Legendre, ou plutôt à des polynômes qui s'en déduisent par un changement de variable. La fonction

$$\varphi_n(x) = \frac{d^n}{dx^n}[(x-a)^{n+r}(x-b)^{n+s}]$$

constitue, lorsque r et s sont positifs, une solution du problème; laissant cette restriction de côté, l'auteur conclut de l'étude de cette fonction que l'intégrale définie

$$\varphi_n = \int_a^b (z-a)^{n+r}(z-b)^{n+s}(z-x)^{-n-1}dz$$

satisfait à l'équation linéaire

$$\frac{d^2V}{dx^2}(x-a)(x-b) + \frac{dV}{dx}[(2-r-s)x+b(r-1)+a(s-1)]$$
$$-(n+1)(n+r+s)V=0.$$

Laguerre. — Sur la détermination, en un point d'une surface du second ordre, des axes de l'indicatrice et des rayons de courbure principaux. (247-256).

I. Soient un point M situé sur une surface du second ordre, MT et MT′ les tangentes aux deux lignes de courbure qui se croisent en ce point. Par la droite MT′ et le centre de la surface menons un plan P, puis, au point où la normale élevée en M rencontre un des plans de symétrie de la surface, un plan perpendiculaire à cette normale. Ce plan coupe le plan P suivant une droite; par cette droite, menons un plan perpendiculaire au plan de symétrie considéré. Ce dernier plan rencontre la normale au centre de courbure de la section normale de la surface qui est tangente à la droite MT.

II. La normale menée en un point M d'une surface du second ordre rencontre les plans principaux de cette surface en trois points. Menons respectivement par ces points trois droites (D) perpendiculaires aux plans principaux; elles déterminent un hyperboloïde.

Cela posé, on peut construire deux génératrices de cet hyperboloïde appartenant au même système que les droites (D) et perpendiculaires au diamètre passant par le point M. Ces génératrices rencontrent la normale aux deux centres de courbure principaux de la surface relatifs au point M, et les plans menés par le diamètre, perpendiculairement à ces deux génératrices, coupent le plan tangent en M, suivant les axes de l'indicatrice.

Villié. — Sur l'équilibre relatif d'une masse fluide soumise à l'action de corps quelconques. (257-264).

Weill. — Sur les polygones inscrits et circonscrits à la fois à deux cercles. (265-304).

L'auteur considère une ligne polygonale A qui peut se mouvoir en restant à la fois inscrite à une circonférence O' et circonscrite à une circonférence O, ainsi que la ligne polygonale correspondante α formée en joignant les points de contact des côtés consécutifs de la ligne A ; il montre que le centre des moyennes distances de m sommets consécutifs de la ligne α décrit une circonférence fixe pendant le déplacement de cette ligne ; si la ligne polygonale α se ferme une seule fois, elle se fermera toujours, et le centre des moyennes distances des sommets du polygone fermé α restera fixe pendant le déplacement de ce polygone. Cherchant ensuite le rayon de la circonférence sur laquelle se trouvent les centres des moyennes distances de n sommets consécutifs de la ligne α, M. Weill parvient à trouver la condition pour qu'un polygone d'un nombre donné de côtés soit inscrit et circonscrit à deux cercles ; il applique sa méthode aux polygones de trois, quatre, cinq, six, sept côtés, et montre en outre qu'on peut, avec la règle et le compas, passer d'un polygone de p côtés inscrit et circonscrit à deux cercles à un polygone de $2p$ côtés inscrit et circonscrit à deux cercles.

Il donne ensuite un assez grand nombre de propriétés des lignes polygonales et des polygones fermés A et α, dont voici quelques-unes : la surface d'un polygone A reste, pendant le déplacement, proportionnelle à celle du polygone α correspondant ; dans une ligne α qui se déplace, les centres des hyperboles équilatères passant par quatre sommets consécutifs décrivent une circonférence ; dans un tel polygone, la somme des carrés des côtés est constante, ainsi que la somme des carrés des droites qui joignent les sommets de p en p ; dans un polygone A, la somme des cosinus des angles formés par deux côtés pris de p en p reste constante ; la somme des cosinus des angles que font tous les côtés d'un polygone A avec une direction fixe reste constante pendant le déplacement de ce polygone ; quand un polygone de $2m$ côtés se déplace en restant inscrit et circonscrit à deux coniques, les côtés opposés se rencontrent en m points qui restent sur une droite fixe ; les droites qui joignent les sommets opposés passent par un même point qui reste fixe, etc.

Villarceau (Y.). — Origine géométrique et représentation géométrique des fonctions elliptiques, abéliennes, et de transcendantes d'ordres supérieurs. (305-314).

La courbe de degré $2m$

$$(x^2+b^2y^2)(x^2+b'^2y^2)(x^2+b''^2y^2)\ldots = a^{2m}$$

est une ovale fermée symétrique par rapport aux axes ; si l'on prend pour argument u le rapport de l'aire comprise entre l'axe des x, la courbe et un rayon vecteur faisant avec l'axe des x l'angle φ, si en outre on pose

$$\Delta^2 = (\cos^2\varphi + b^2\sin^2\varphi)(\cos^2\varphi + b'^2\sin^2\varphi)\ldots,$$

on aura

$$u = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\Delta};$$

en posant

$$\varphi = \text{am}\, u,$$

on aura, en désignant par r le rayon vecteur,

$$\frac{x}{r} = \cos \operatorname{am} u, \quad \frac{y}{r} = \sin \operatorname{am} u, \quad \frac{a^2}{r} = \Delta \operatorname{am} u,$$

en sorte que la courbe pourra servir à représenter les quatre transcendantes $\operatorname{am} u$, $\cos \operatorname{am} u$, $\sin \operatorname{am} u$, $\Delta \operatorname{am} u$, définies comme précédemment. Dans le cas d'une courbe du second degré, on a affaire aux fonctions circulaires; la courbe

$$(x^2 + y^2)(x^2 + b^2 y^2) = a^4$$

fournira la représentation géométrique des fonctions elliptiques.

Collet (*J.*). — Note sur le contact géométrique des courbes et des surfaces. (315-329).

Supposons deux lieux géométriques, lignes ou surfaces, se touchant en un point, et imaginons qu'une droite variable rencontre constamment les deux lieux en se mouvant suivant une loi quelconque, telle cependant que la droite ne soit pas tangente à l'un des deux lieux lorsqu'elle passe par leur point commun. Lorsqu'elle sera infiniment voisine de ce point, elle déterminera dans les deux lieux deux points infiniment voisins. M. Collet montre que l'ordre infinitésimal de la distance de ces deux points est indépendant de la loi du mouvement de la droite, et qu'il est l'ordre le plus élevé que l'on puisse obtenir pour la distance de deux points des deux lieux infiniment voisins de leur point commun. *Cet ordre, diminué d'une unité, sera celui du contact géométrique des deux lieux.* Considérant ensuite successivement deux courbes, deux surfaces, une courbe et une surface, l'auteur, pour chacun de ces cas, donne l'expression analytique des conditions d'un contact d'ordre quelconque.

Boussinesq (*J.*). — Complément à une étude intitulée « Essai sur la théorie des eaux courantes », publiée dans les Tomes XXIII, XXIV du *Recueil des Savants étrangers,* et à un Mémoire « Sur l'influence des frottements dans les mouvements réguliers des fluides », inséré au Tome XIII du *Journal de Mathématiques pures et appliquées,* 2e série, 1868. (335-376).

§ Ier. — Du régime graduellement varié dans un écoulement bien régulier ou non tourbillonnant.

§ II. — Influence du frottement extérieur sur les coefficients d'extinction des ondes, périodiques ou non périodiques, quand les mouvements sont bien continus.

§ III. — Complément au § XIV de l'*Essai sur la théorie des eaux courantes :* Des pertes de charge qui se produisent dans l'écoulement d'un liquide quand la section vive du fluide éprouve un accroissement brusque.

§ IV. — Modification à introduire dans une Note complémentaire du Mémoire sur l'influence des frottements dans les mouvements réguliers des fluides.

Darboux (*G.*). — Sur l'approximation des fonctions de très-grands

nombres et sur une classe étendue de développements en série. Deuxième Partie. (377-401).

Dans la deuxième Partie du Mémoire, l'auteur reprend l'étude des polynômes de la série hypergéométrique. Il en fait connaître diverses impressions, indique diverses relations entre les polynômes consécutifs, leurs dérivées et leurs intégrales, et il aborde ensuite son objet principal, qui est l'étude d'une classe de développements en série de ceux qui sont ordonnés suivant les polynômes

$$X_n = F(-n, \alpha+n, \gamma, x),$$

où n reçoit toutes les valeurs entières positives. Il indique d'abord comment on déterminera d'une manière commode les coefficients de ces polynômes et montre que cette détermination peut toujours être ramenée à celle du développement d'une certaine intégrale suivant les puissances d'une autre variable ; puis il indique comment, la série étant déterminée, on en reconnaîtra la convergence et l'on en déterminera la somme.

L'auteur, après avoir traité cette première question, étudie le cas où la variable x, qu'on a d'abord supposée réelle et comprise entre zéro et 1, prend des valeurs quelconques réelles ou imaginaires. Il montre que les régions de convergence sont toujours limitées par des ellipses homofocales absolument comme on le savait déjà pour les fonctions de Legendre. En imitant une méthode donnée par M. Neumann pour les polynômes de Legendre, il introduit la considération de fonctions de deuxième espèce définies par l'équation

$$Q_n = \int_0^1 \frac{X_n x^{\gamma-1}(1-x)^{\alpha-\gamma} dx}{x-y},$$

et il montre que toute fonction uniforme dans la région annulaire comprise entre deux ellipses homofocales sera développable en une série contenant généralement les fonctions des deux espèces.

L'auteur termine son Mémoire en indiquant avec précision ce qui peut être généralisé dans la méthode qu'il a employée, et comment on pourra appliquer cette méthode à tous les développements en série ordonnés suivant des fonctions quelconques formant une suite de Sturm.

Joukovski (*N.*). — Sur la percussion des corps. (417-424).

L'auteur montre que la question la plus générale de percussion de deux corps libres, quel que soit leur degré d'élasticité, peut être ramenée à la percussion de deux points massifs. Nous ferons remarquer que tous les résultats de l'auteur ont déjà été obtenus, et par une voie plus géométrique, par M. Darboux, dans plusieurs articles sur le choc des corps, insérés aux *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*.

Joukovski. — Sur un cas particulier du mouvement d'un point matériel. (425-428).

L'auteur donne une méthode pour trouver des intégrales particulières des équations du mouvement d'un point matériel dans un plan, quand les lignes de niveau sont des lignes isothermiques.

VIERTELJAHRSSCHRIFT der Astronomischen Gesellschaft. Herausgegeben von den Schriftführern der Gesellschaft, E. Schoenfeld und A. Winnecke. — Leipzig. In-8° (¹).

Tome XI; 1876.

Notice nécrologique sur *Heinrich-Louis d'Arrest*. (1-14).

D'Arrest, né à Berlin le 13 août 1822, est mort à Copenhague le 14 juin 1875. Dans la Notice qu'il lui consacre, M. J. Dreyer raconte sa vie scientifique et analyse rapidement ses principaux travaux.

Notice nécrologique sur *Christian-Theodor Schmidel*. (14).

Schmidel, né à Dornreichenbach (Saxe) le 3 décembre 1795, est mort à Zehmen le 20 juin 1875; il laisse quelques observations de comètes et quelques observations magnétiques ou météorologiques faites en majeure partie dans son observatoire particulier de Zehmen.

* *Plantamour (E.)*. — 1° Expériences faites à Genève avec le pendule à réversion. Genève, 1866. In-4°, 108 p. — 2° Nouvelles expériences faites avec le pendule à réversion, et détermination de la pesanteur à Genève et au Righi-Kulm. Genève, 1872. In-4°, 88 p. (15-33). [Helmert.]

* *Peters (C.-F.-W.)*. — *Beobachtungen....* Observations faites à Königsberg et à Güldenstein avec le pendule de Bessel. Hambourg, 1874. In-4°, 151 p. (33-60). [Helmert.]

* *Herschel (J.-F.-W.)*. — *A Catalogue....* Catalogue de 10300 étoiles doubles ou multiples, arrangé par feu Herschel et publié par MM. R. Main et C. Pritchard. Extrait du Tome XL des Mémoires de la Société Astronomique de Londres. Londres, 1874. (61-65). [O. Struve.]

* Report *of the....* Rapport du Comité des Tables mathématiques. Londres, 1873. In-8°, 175 p. — Extrait du Rapport de l'Association Britannique pour l'avancement des Sciences pour l'année 1873. (65-72). [A. Winnecke.]

(¹) Voir *Bulletin*, I_2, 149. — Les articles marqués d'un astérisque sont des analyses bibliographiques.

Schultz (*H.*). — Y a-t-il avantage réel à abandonner la notation d'Herschel et à décrire les nébuleuses par des chiffres? Quel compte doit-on tenir de l'équation personnelle dans les observations de nébuleuses? (73-77).

ANONYME. — Note sur la visibilité du disque entier de Vénus au voisinage de la conjonction. (77-78).

L'auteur cite divers passages des *Mémoires du Collége Romain* où cette visibilité est constatée.

Winnecke (*A.*). — Note sur une averse d'étoiles filantes, observée en l'an 900. (78-79).

D'après la chronique de S. Radbod, évêque d'Utrecht, l'averse aurait eu lieu le 3 décembre.

NOTICE nécrologique sur *Augustin Reslhuber*, par M. Schoenfeld. (82-88).

Reslhuber, né à Saass le 5 juillet 1808, est mort à Kremsmünster le 29 septembre 1875. Nommé adjoint à l'Observatoire de Vienne en 1834, il a dirigé l'Observatoire de Kremsmünster de 1836 à 1875.

* *Fergola* (*E.*). — *Sulla posizione*.... Sur la position de l'axe de rotation de la Terre par rapport à son axe de figure. Naples, 1874. In-4°, 32 p. (94-103). [Helmert.]

* *Friesach* (*K.*). — *Theorie der Planetenvorübergänge*.... Théorie des passages d'une planète devant le Soleil. Leipzig, 1874. In-8° de 73 p. avec 21 figures et 4 planches lithographiques. (103-113). [Bruhns.]

* *Gyldén* (*H.*). — *Framställning*.... Éléments d'Astronomie exposés d'après l'ordre historique. Stockholm, 1874. In-8°, 292 p. (113-116).

* *Hansen* (*P.-A.*). — 1° *Untersuchung*.... Recherches sur la marche d'un rayon de lumière à travers plusieurs surfaces sphériques réfringentes. In-8°, 202 p. Extrait du Tome X des Mémoires de l'Académie de Berlin. — 2° *Dioptrische*.... Recherches dioptriques sur la dispersion des rayons colorés et les aberrations de sphéricité. In-8°, 88 p. Extrait du Tome X des Mémoires de l'Académie de Berlin. (116-127). [H. Seeliger.]

* *Plantamour, Wolf et Hirsch.* — 1° Détermination télégra-

phique de la différence de longitude entre la station du Righi-Kulm et les observatoires de Zurich et de Neuchâtel. Genève, 1871. In-4°, 222 p. — 2° Détermination télégraphique de la différence de longitude entre les stations suisses de Weissenstein, Neuchâtel et Berne. Genève, 1872. In-4°, 162 p. (127-147). [Dr W. Schur.]

* *Khandrikof* (*M.*). — *System....* Système d'Astronomie. Kief, 1875. 3 vol. in-8°. (147-156). [K. Knorre.]

* *Newcomb* (*S.*). — *On the right ascensions....* Mémoire sur les ascensions droites des étoiles équatoriales fondamentales et sur les corrections nécessaires pour réduire les ascensions droites des différents Catalogues à un système moyen homogène. Washington, 1872. In-4°, 73 p. Extrait des observations de Washington pour 1870. (158-174). [A. Wagner.]

* *Gyldén* (*H.*). — *Förteckening....* Mémoire sur la détermination des ascensions droites de 103 étoiles fondamentales. Stockholm, 1874. Extrait des Mémoires de l'Académie. (174-176). [A. Wagner.]

* *Rogers.* — *On the....* Note sur les erreurs périodiques des ascensions droites observées de 1858 à 1871. Boston, 1874. Extrait du Tome I des *Proceedings of the American Academy* (176-178). [A. Wagner.]

* *First Melbourne....* Premier Catalogue général de 1227 étoiles pour 1870,0, déduit des observations faites à Melbourne, de 1863 à 1870, sous la direction du prof. Ellery. Melbourne, 1874. (178-188). [H. Gyldén.]

* *Hankel* (*H.*). — *Zur Geschichte....* Notes sur l'histoire des Mathématiques dans l'antiquité et le moyen âge. Leipzig, 1874. In-8°, 410 p. (118-199). [S. Günther.]

* *Gebler* (*K. von*). — *Galileo Galilei...* Galilée et la Curie romaine, d'après les documents originaux. Stuttgart, 1876. In-8°, XIV-433 p. (200-210). [S. Günther.]

* *Kortazzi.* — *Bestimmung....* Détermination de la différence de longitude entre Poulkova, Helsingfors, Åbo, Lowisa et Wiborg.

Saint-Pétersbourg, 1871. In-4°, 69 p. — *Fuss et Nyrén. Bestimmung*.... Détermination de la différence de longitude entre les Observatoires de Stockholm et Helsingfors, d'après les observations de 1870. Saint-Pétersbourg, 1871. In-4°, 36 p. — *Harkness. Report*.... Rapport sur la différence de longitude entre Washington et Saint-Louis. Washington, 1872. In-4°, 39 p. — *Fergola* et *Secchi. Sulla differenza*.... Sur la différence de longitude entre Rome et Naples, déterminée au moyen des signaux télégraphiques et des observations de passage. Naples, 1871. In-4°, 52 p. (211-220). [W. Schur.]

* *Günther* (*S.*). — 1° *Ziele und Resultate*.... But et résultat des nouvelles recherches sur l'histoire des Mathématiques. Erlangen, 1876. In-8°. — 2° *Vermischte Untersuchungen*.... Recherches variées sur l'histoire des Sciences mathématiques. Leipzig, 1876. In-8°. — 3° *Der Einfluss*.... Influence mutuelle des corps célestes, d'après leurs rapports de temps. Nürnberg, 1876. In-8°. (221-227). [R. Wolf.]

Struve (*O.*). — Note sur les séries d'observations proposées pour la comparaison des mesures micrométriques. (227-232).

Après avoir insisté sur l'utilité évidente de voir mesurer les mêmes étoiles doubles par les principaux observateurs de cette classe d'astres, et cela dans le but de déterminer les équations personnelles de chacun d'eux, le savant directeur de l'Observatoire de Poulkova propose une liste de trente étoiles qui lui semblent propres à ce genre d'études.

Société Jablonowski. — Programme des prix pour 1876, 1877 et 1878. (232-234).

Société Danoise des Sciences. — Programme des prix pour 1877. (235-236).

Schoenfeld (*E.*). — Époque des maxima de lumière des étoiles télescopiques variables comprises entre 80° et — 2° de déclinaison; éphémérides pour 1877. (238-247).

L'éphéméride est donnée pour 77 étoiles.

* *Schiaparelli* (*G.-V.*). — *Die Vorläufer*.... Les précurseurs de Copernic dans l'antiquité. Leipzig, 1876. In-8°, 110 p. (248-257). [S. Günther.]

Le Mémoire original, publié en italien en 1873, dans le troisième Cahier des

publications de l'Observatoire de Milan, a été traduit en allemand par le professeur M. Curtze, et c'est sur cette traduction que l'analyse est faite.

* *Schiaparelli* (*G.-V.*). — *Le sfere*.... Les sphères homocentriques d'Eudoxe de Calippe et d'Aristote. Milan, 1875. In-4°, 62 p. et 4 p. (257-269). [S. Günther.]

Ce Mémoire forme le neuvième Cahier des publications de l'Observatoire de Milan; il a été analysé dans le *Bulletin*.

* *Schönfeld* (*E.*). — *Astronomische*.... Observations astronomiques faites à l'Observatoire de Mannheim. Deuxième Partie. Observations de nébuleuses et d'amas d'étoiles. Karlsruhe, 1875. In-4° de x-95 p. (269-276). [J. Dreyer.]

* *Vogel* (*H.-C.*). — *Positionsbestimmung*.... Observations de la position de nébuleuses et d'amas d'étoiles situées entre +9°30 et +15°30′ de déclinaison, avec 2 planches lithographiques. Leipzig, 1876. In-4° de 32 p. (276-280). [J. Dreyer.]

* *Fergola* (*E.*). — *Dimensioni*.... Dimensions de la Terre et recherche de la position relative de son axe de figure et de son axe de rotation. Naples, 1876. In-4° de 26 p. (280-287). [Helmert.]

* *Heis* (*E.*). — *Zodiakallicht*.... Observations de la lumière zodiacale faites dans les vingt-neuf dernières années, de 1847 à 1875. — Première publication de l'Observatoire de Münster. Münster, 1875. In-4° de vi-60 p. (287-296). [Schoenfeld.]

* *Houzeau* (*J.-C.*). — Résumé de quelques observations astronomiques et météorologiques faites dans la zone surtempérée et entre les tropiques. Extrait du XXV[e] Volume des *Mémoires de l'Académie de Bruxelles*. In-8° de 89 p. (296-301). [Schoenfeld.]

* *Jordan* (*W.*). — *Physische*.... Géographie physique et Météorologie du golfe Libyque, d'après des observations faites dans l'hiver 1873-1874 par l'expédition du D[r] Rohlf, avec 4 cartes géographiques et 3 planches météorologiques. Cassel, 1876. In-4° de 216 p. (301-313). [W. Schur.]

Tome XII; 1877.

Bruhns. — Catalogues et Notes sur les planètes et les comètes découvertes en 1875. (6-13).

* *Bredikhine* (*Th.*). — Annales de l'Observatoire de Moscou. Vol. I, II. Moscou, 1874, 1875, 1876. In-4°. (14-28). [Engelmann].

* *Schlegel* (*G.*). — Uranographie chinoise, ou Preuves directes que l'Astronomie primitive est originaire de la Chine.... Ouvrage accompagné d'un Atlas céleste chinois et grec. La Haye, 1875. In-4°. Première Partie, xvi-649 p., 1 planche; deuxième Partie, viii-283 p. (28-40). [S. Günther.]

Notes *sur les travaux effectués en* 1876 *dans les principaux Observatoires d'Allemagne.* (41-90).

Les Observatoires sur lesquels leurs directeurs ont envoyé des Notes sont ceux de Bonn, Düsseldorf, Kiel, Leipzig, Lund, Mannheim, Moscou, Stockholm, Strasbourg et Zürich.

Mahn. — Éphéméride pour la recherche de la comète de 1812. (93-98).

La comète découverte par Pons le 20 juillet 1812 a, d'après les recherches d'Encke, une période d'environ soixante-dix ans, en sorte qu'elle doit revenir au périhélie vers 1883 : cette période est d'ailleurs mal déterminée et la comète peut être visible bien avant l'époque indiquée. Dans le but de faciliter sa recherche, M. Mahn a, sous la direction de M. Winnecke, calculé, d'après les éléments de Encke, une éphéméride approchée qui s'étend à toute l'année.

* *Dunér* (*N.-C.*). Mesures micrométriques d'étoiles doubles faites à l'Observatoire de Lund, 1876. In-4°. — *Wilson* (*J.-M.*) et *Seabroke* (*G.-M.*). *Catalogue of*.... Catalogue de mesures micrométriques d'étoiles doubles faites à l'Observatoire de Temple (Mémoires de la Société Royale Astronomique de Londres, vol. XLII). — *Gledhill* (*J.*). *Measures*.... Mesures micrométriques de 484 étoiles doubles faites à l'Observatoire de M. Ed. Grossley (Mémoires de la Société Royale Astronomique de Londres, vol. XLII). (99-111). [O. Struve.]

* *Newcomb* (*S.*). — *Investigation of*.... Recherches sur les corrections aux Tables de la Lune de Hansen, et Tables auxiliaires

pour leurs applications. Troisième Partie des Mémoires publiés par la Commission du passage de Vénus. Washington, 1876. (111-115). [Kr.]

L'analyse du Mémoire de M. Newcomb est suivie d'une éphéméride calculée, d'après ses Tables, pour février et mars 1875, par M. Hartwig.

* *Riel* (*C.*). — *Das Sonnen....* L'année solaire et l'année de Sirius, avec l'explication du système de l'intercalation comparée à l'année de Jules César. Recherches sur l'année normale des anciens Égyptiens et sur l'année commune des époques grecques et romaines, avec 9 planches lithographiées. Leipzig, 1875. In-4° de XXIV et 371 pages. (116-131). [S. Günther.]

* *Riel* (*C.*). — *Der Doppelkalender....* Le double Calendrier du Papyrus d'Éber comparé au calendrier commun et au calendrier céleste de Denderah, avec 1 planche lithographiée. Leipzig, 1876. In-4° de II et 34 pages. (131-133). [S. Günther.]

* *Usener* (*H.*). — *Ad historiam....* Contribution à l'histoire de l'Astronomie. (Programme de l'Université de Bonn pour 1876.) In-4° de 37 pages. (130-140). [S. Günther.]

* *Pitschner* (*W.*). — *Himmelskarte....* Carte céleste des étoiles visibles à l'œil nu en Europe et situées jusqu'à 45° de déclinaison australe, rapportées à l'équinoxe moyen de 1840,0, dressée d'après les travaux d'Argelander, Behrmann et Heis. 2 cartes et texte. Munich, 1875. (141-146). [W. Schur.]

* Institut géodésique. — *Das Rheinische....* Les triangles du Rhin. Première Partie : la base de Bonn. Berlin, 1876. In-4° de 75 p. et 1 Carte. (147-166).

* *Stein.* — *Das Licht....* Emploi de la lumière dans les recherches scientifiques; manuel de l'emploi de la lumière et de la Photographie dans les sciences naturelles et en Médecine. Leipzig, 1876. In-8° de VIII et 480 pages, avec 431 figures dans le texte et 12 planches. (167-170). [Bruhns.]

Notice nécrologique sur *Eduard Heis*. (172-173).

Heis, né à Cologne le 18 février 1806, avait été nommé, en 1852, professeur d'Astronomie et de Mathématiques à Münster; il est mort dans cette dernière ville, le 30 juin 1877.

Schoenfeld. — Éphéméride des étoiles variables pour l'année 1878. (175-183).

* *Andræ* (*G. v.*). — *Den danske*.... La triangulation et le méridien du Danemark. Ier Volume : triangles de premier ordre, et leurs liaisons avec les triangles de Suède et de Prusse. Copenhague, 1867. xx et 579 pages, avec 5 planches. IIe Volume : triangles de premier ordre le long du méridien, depuis l'Elbe jusqu'à Samsö, et leur liaison avec les mesures de la Seeland. Copenhague, 1872. VIII et 490 pages, avec 3 planches. (184-239). [Helmert.]

* *Günther* (*S.*). — *Die Anfänge*.... Études sur l'origine et le développement du principe des coordonnées. Extrait du Tome IV des Mémoires de la Société des Sciences de Nürnberg. 1877. In-8°, 80 pages, avec 1 planche. (240-244). [A. Wittstein.]

* *Holden* (*E.-S.*). — *On supposed*.... Note sur un changement probable dans la nébuleuse n° 17 de Messier (*American Journal of Sciences and Arts*, vol. XI, p. 341 à 361). (244-246). [A. Winnecke.]

* *Observatoire de Cincinnati*. — Catalogue of.... Catalogue de cinquante étoiles doubles nouvelles, découvertes par M. Howe avec l'équatorial de 11 pouces. Cincinnati, 1876. In-8°, 5 pages. (246). [A. Winnecke.]

* *Dreyer* (*J.-L.-E.*). — *On personal*.... Sur l'erreur personnelle dans les observations de passages méridiens. Extrait du vol. II (1876) des *Proceedings of the Royal Irish Academy*. (246-249). [A. Winnecke.]

* Société Jablonowski. — Programme des prix pour 1879. (249-250).

Le sujet proposé est le calcul des perturbations complètes de Jupiter d'après la méthode de Hansen. La valeur du prix est de 700 marks, et le concours sera clos le 30 novembre 1879.

Société Astronomique. — Compte rendu de la réunion tenue par la Société Astronomique, à Stockholm, du 30 août au 1er septembre 1877. (251-296).

Parmi les Communications faites à la Société, nous remarquons : Une lecture de

M. le professeur Bruhns sur les comètes périodiques ; une Note de M. Gyldén sur la parallaxe moyenne des étoiles de première grandeur ; un Mémoire de M. Förster sur la marche des pendules ; un Compte rendu par M. O. Struve, président du Congrès, de la situation du travail des zones : sur 270000 observations à faire, 160000 sont déjà exécutées ; des Communications de MM. Pechüle, Peters et Bruhns sur les passages de Vénus de 1874 et 1882 ; un Mémoire du Dr Gyldén sur l'histoire de la théorie des perturbations ; une description, par M. Bruhns, d'un nouvel instrument des passages, construit à Freiberg par M. Lingke.

Une annexe aux procès-verbaux du Congrès donne quelques chiffres intéressants sur le travail des zones.

A Poulkova, le travail des étoiles fondamentales est entièrement terminé, et le Catalogue est sous presse.

A Nikolaïef, zone de $-2°$ à $+1°$, les observations viennent seulement d'être commencées et 1015 étoiles seulement ont été déterminées.

A Leipzig, zone de 10 à 15°, les observations ont été peu nombreuses dans les deux dernières années, toutes les forces de l'établissement étant utilisées pour la réduction des observations du passage de Vénus. Cependant, toutes les Tables auxiliaires sont prêtes.

A Cambridge (Angl.), zone de 25 à 30°, il ne reste plus que 2253 étoiles qui n'ont pas encore été observées.

A Leyde, zone de 30 à 35 degrés, une partie des observations est déjà imprimée dans les *Annales*.

A Bonn, zone de 40 à 50°, 30000 étoiles environ ont déjà été observées.

A Cambridge (U.S.), zone de 50 à 55°, il ne reste que 2000 étoiles à observer une seule fois.

A Helsingfors, zone de 55 à 65°, 2500 étoiles nouvelles ont été observées une fois, ce qui porte le nombre total des observations à 25000.

A Christiania, zone de 65 à 70°, les observations sont terminées et environ deux tiers d'entre elles complétement réduites.

A Dorpat, zone de 70 à 75°, l'objectif de l'instrument méridien a été changé et les observations seront prochainement terminées.

Peters (C.-H.-F.). — *Ueber die....* Note sur les erreurs des positions des étoiles dans le Catalogue de Ptolémée. (296-299).

Les erreurs de longitude offrent un maximum par 180° et un minimum par 0° ; leurs variations sont assez régulières. Les erreurs de latitude ont un maximum par 140° et un minimum par 320°. Il est à remarquer que ces maxima et minima sont situés aux extrémités opposées d'un diamètre du cercle écliptique, comme s'il y avait eu une erreur dans la graduation ou dans la position de la sphère armillaire qui servait à l'illustre astronome.

Gyldén (H.). — *Ueber die....* Note sur la parallaxe moyenne des étoiles de première grandeur. (299-302).

L'hypothèse de M. Gyldén est que la parallaxe p d'une étoile de grandeur n, dont le mouvement apparent est s, peut s'exprimer par la formule

$$p = \mathrm{P}\frac{s}{\sigma_n \mathrm{M}_n},$$

dans laquelle σ_n désigne le moyen mouvement apparent des étoiles de $n^{\text{ième}}$ grosseur,

et M_n leur moyenne distance calculée d'après la considération de leur éclat. La constante P devient alors la parallaxe moyenne des étoiles de première grandeur pour lesquelles $M_1 = 1$.

En appliquant cette formule aux étoiles dont la parallaxe est directement connue, l'auteur trouve, suivant diverses combinaisons de calcul, des valeurs de P comprises entre 0",06 et 0",10.

Schwarz (*L.*). — *Neue Methode*.... Nouvelle méthode pour déterminer la collimation d'un cercle méridien. (302-309).

M. Schwarz déduit cette collimation d'observations analogues à celles du nadir, faites avec le fil méridien mobile.

Block (*E.*). — *Ueber ein*.... Sur un nouvel instrument à réflexion, construit par Repsold. (309-313).

L'instrument décrit par M. Block est un cercle à réflexion destiné aux observations de Géodésie astronomique.

Backlund. — *Ueber die Berechnung*.... Note sur le calcul des perturbations de la comète d'Encke par Jupiter. (313-323).

Société Astronomique. — Situation financière; liste des Membres et des Institutions qui reçoivent ses publications. (323-338).

Bruhns. — *Uebersicht*.... Note sur les planètes et les comètes découvertes en 1877. (338-339).

Tome XIII; 1878.

Notice nécrologique sur Philibert von Schrenck. (1-3).

Schrenck, né le 22 novembre 1800, est mort le 1er août 1877; il laisse de nombreux travaux de Géodésie; en particulier des cartes du duché d'Oldenbourg.

Notice nécrologique sur Giovanni Capelli. (3).

Capelli, né à Milan en 1801, est mort dans cette ville le 3 novembre 1877. Entré à l'observatoire de Bréra en 1828, il avait, dans ces dernières années, la charge spéciale du calcul des *Éphémérides*; il laisse en outre un Catalogue de 661 étoiles australes de Lalande.

* *Neison* (*E.*). — *The Moon*.... La Lune, condition et configuration de sa surface; illustrée de cartes et de planches. — Londres, 1876; XVIII-576 p. gr. in-8. (9-42). [Engelmann.]

* Notes sur l'histoire de Galilée. — *Wohlwill* (*E.*). *Ist Galilei*.... Galilée a-t-il été mis à la question? Étude critique.

Leipzig, 1877; XI-192 p. — *Gebler* (*K. von*). *Die Akten....* Les actes du procès de Galilée, publiés d'après les manuscrits du Vatican. Stuttgart, 1877; L-192 p. — *L'Epinois* (*H. de*). Les pièces du procès de Galilée, précédées d'un Avant-propos. Rome, Paris, 1877; XXIV-143 p. — *Berti* (*D.*). *Copernico e le vicende....* Copernic et les débats au sujet du système de Copernic en Italie pendant la seconde moitié du XVI[e] siècle et pendant la première partie du XVII[e], ainsi que quelques documents inédits sur G. Bruno et Galilée. Rome 1876; 255 p. (42-56). [S. Günther.]

* *Dänische....* Le méridien du Danemark; méthodes d'observation; recherches sur le degré d'exactitude; observations des angles secondaires. (57-80). [Helmert.]

* *Kaltenbrunner* (*F.*). — *Die Vorgeschichte....* Histoire de la réforme du calendrier grégorien (extrait des Mémoires de la classe de Philosophie et d'Histoire de l'Académie de Vienne pour 1876, t. LXXXII, 128 p.) (80-88). [A. Wittstein.]

* *Strasser* (*P.-G.*). — *Mittlere Oerter....* Positions moyennes des étoiles fixes, rapportées à l'équinoxe moyen de 1877,0, d'après les observations faites à Kremsmünster. Kremsmünster, 1877. In-8. (88-91).

* *Orff* (*C. von*).— *Bestimmung....* Mesure de la latitude géographique de l'Observatoire royal de Munich, d'après la méthode de Talcott et avec un instrument de passage situé dans le premier vertical. Munich, 1877; 62 p. et une carte, in-4. (91-97). [W. Schur.]

* *Thomson* (*W.*).— *Tafeln....* Tables pour abréger l'emploi de la méthode de Sumner pour le calcul des positions en mer. Berlin, 1877. In-4 de 9 pl. et 16 p. de texte. (97-101). [W. Schur.]

* *Das Brachyteleskop....* Le brachytélescope imaginé et construit par MM. J. Förster et K. Fritsch. Vienne, 1877. In-8 de 16 p. et 5 bois. (101-102). [A. Winnecke.]

* *Zinger* (*N.*) — *Die Zeitbestimmung....* La détermination du temps par les hauteurs correspondantes de diverses étoiles; avec

une Introduction de O. Struve. Leipzig, 1877. In-8 de IV et 102 p. (102-104). [A. Winnecke.]

* *Bessel (F.-W.).* — *Recensionen....* Articles critiques de Bessel, publiés par R. Engelman. Leipzig, 1878. In-8 de VI-385 p. (104-106). [A. Winnecke.]

Newcomb (S.). — *Reduction of the....* Réduction des constantes de précession déterminées par Bessel, Struve et Nyrén à un équinoxe commun. (107-110).

L'auteur remarque d'abord que la grandeur de la constante de précession dépend : 1° de l'ascension droite des petites étoiles relativement à celle des étoiles fondamentales employées au calcul de la correction du pendule; 2° de l'ascension droite des étoiles fondamentales par rapport à l'équinoxe des différentes époques. Considérant ensuite que ses travaux sur la position des étoiles fondamentales publiés dans les observations de Washington pour 1870 lui donnent le moyen de réduire les observations de Piazzi, Bessel, Struve et Nyrén à un Catalogue commun, il cherche les corrections à appliquer à ces divers Catalogues. Appliquant ensuite aux diverses valeurs de la précession les corrections qui résultent des changements ainsi apportés aux ascensions droites, M. Newcomb trouve, pour valeur de la constante de précession :

D'après Bessel.........	50″,214
» Struve.........	50,232
» Nyrén.........	50,219
Moyenne....	50,225 ± 0″,010

Société Jablonowski. — Prix pour 1881. (110-111).

Le sujet proposé pour le prix de 700 marks est le suivant : « Déterminer le mouvement de la comète d'Encke de 1848 à nos jours, en tenant compte de toutes les forces perturbatrices qui ont pu agir sur ses positions. »

Compte rendu annuel des travaux des principaux Observatoires. Année 1877. (114-183).

Nous donnons ici un résumé succinct des Notes transmises à la Société Astronomique par les directeurs des principaux Observatoires de l'Europe centrale et de quelques autres pays. Ces Notes montrent la somme considérable de travaux d'observation ou de calcul faits chaque année au delà du Rhin.

Berlin. [Förster.] — Détermination des différences de longitude entre Berlin, Greenwich, Vienne et Odessa; observations méridiennes des étoiles de comparaison pour l'observation d'Ariane et de Melpomène; nombreuses observations équatoriales de planètes et de comètes. (114-119).

Bonn. [Schönfeld.] — Observations méridiennes pour le travail des zones; nombreuses observations de comètes. (119-125).

Bruxelles. [E. de Mailly.] — L'Observatoire a acquis, chez Merz, un objectif achromatique de 38 centimètres d'ouverture (14 pouces); il sera monté par Cooke et Breguet. L'Observatoire a encore commandé à Repsold un cercle méridien

remarques de M. Y. Villarceau à ce sujet, l'auteur conclut que cette méthode physique ne pourra donner de résultats exacts que lorsque la détermination de Struve aura été reprise et que les astronomes auront de nouvelles Tables des satellites de Jupiter.

Ledger (*E.*). — Résumé d'une lecture sur la scintillation des étoiles. Partie I. (44-50).

Dennig (*W.-F.*). — Points radiants des météores d'avril. (50-51).

Lecky (*R.-J.*). — Bolide du 6 avril 1877 en Angleterre. (52-53).

L'Éditeur. — Notes sur la déviation de la verticale au Canada, la longitude d'Ogden (Utah), la construction des télescopes, etc. (53-58).

Memoranda astronomique pour juin 1877. (59-61).

Marth (*A.*). — Éphémérides pour les observations physiques de Mars, Jupiter et la Lune en juin 1877. (62-64).

Sande Bakhuyzen (*E.-F. v. d.*). — Éphéméride de la comète II de 1877. (64). [Winnecke.]

Réunion de la Société astronomique de Londres, le 8 juin 1877. (65-70).

Pritchard (*C.*). — Note sur le mouvement du périgée de la Lune. (71-72).

Pritchard (*C.*). — Aberration planétaire ou cométaire. (72-74).

Gill (*D.*). — Notes sur la détermination de la parallaxe solaire. Partie III. (74-82).

Ce troisième Chapitre est consacré à l'examen de la méthode dite *instrumentale*. M. Gill montre que la forme et les dimensions de la Terre sont connues avec une approximation telle et que les méthodes pour la détermination des latitudes et des longitudes sont assez exactes pour que la situation réciproque des deux observateurs soit fixée avec une rigueur amplement suffisante pour le but qu'on se propose.

Ledger (*E.*). — Résumé d'une lecture sur la scintillation des étoiles. Partie II. (82-91).

L'auteur, après avoir analysé les recherches de MM. Montigny, Wolf et Respighi, arrive à cette conclusion que la scintillation est un phénomène purement atmosphérique dû au mouvement de rotation de la Terre et aux réfractions inégales des rayons lumineux dans des couches atmosphériques à des températures différentes.

TABLE DES MATIÈRES.

MAI 1879.

Ire PARTIE. — Comptes rendus et Analyses.

Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.

Le Gérant : GAUTHIER-VILLARS

MEMORANDA astronomique pour juillet 1877. (92-93).

Denning (*W.-F.*). — Points radiants pour juillet. (94).

Marth (*A.*). — Éphémérides pour les observations physiques du Soleil, de Mars et de Jupiter en juillet 1877. (95-96).

SOCIÉTÉ ROYALE ASTRONOMIQUE. — Modification dans le mode d'élection du Conseil. (97-100).

Gill (*D.*). — Notes sur la détermination de la parallaxe solaire. Partie IV. (101-106).

M. Gill expose les principes de la méthode de Halley relative aux passages de Vénus et montre les difficultés que l'on rencontre dans sa réalisation soit par l'observation directe, soit par l'observation photographique.

Denning (*W.-F.*). — Note sur la variation diurne du nombre des étoiles filantes. (106-107).

Knott (*G.*). — Mesure du diamètre du cercle de diffraction des étoiles. (107-109).

L'auteur propose d'observer des étoiles doubles et de réduire le diamètre de l'objectif jusqu'à ce que le premier anneau brillant passe par le compagnon; il a fait quelques essais de la méthode.

Pritchard (*C.*). — Compte rendu annuel des travaux de l'Observatoire de l'Université d'Oxford. (109-113).

NOTICE nécrologique sur G. Santini. [E. Dunkin]. (113-114).

Christie (*W.-H.-M.*). — Note sur l'activité solaire. (114-119).

C'est un résumé des travaux de M. Janssen et des spectroscopistes italiens.

L'ÉDITEUR. — Notes sur les spectres des trois premières comètes de 1877 et les relations entre les taches solaires et les variations de la déclinaison magnétique. (119-122).

MEMORANDA astronomique pour août 1877. (123-124).

Denning (*W.-F.*). — Points radiants pour août. (125).

Marth (*A.*). — Éphémérides pour l'observation physique du Soleil, de la Lune, de Mars, de Jupiter et de Saturne en août. (126-128).

Gill (*D.*). — Notes sur la détermination de la parallaxe solaire. Partie V. (129-134).

Examen critique des diverses méthodes photographiques.

Abney (*W.-S.-W.*). — Spectres photographiques montrant la rotation du Soleil. (134-135).

Par l'intermédiaire d'un héliostat et d'une lentille d'héliomètre, on amène les images des bords est et ouest du Soleil à se former sur une même région de la fente d'un spectroscope formé de plusieurs prismes ou d'un réseau. En photographiant le spectre, on constate que les lignes sont déplacées ; le déplacement est toujours dans le sens que doit produire la rotation du Soleil, mais sa grandeur varie avec les heures du jour.

Erck (*Wentworth*). — Description de l'Observatoire construit par lui à Sherrington Bray. (135-137).

L'Observatoire renferme un équatorial de $7\frac{1}{2}$ pouces, fait autrefois par Alvan Clark pour M. Dawes.

Notice nécrologique sur L. Heiss. [Dunkin]. (137-139).

* Annales de l'Observatoire de Moscou. Vol. III; in-4°. Moscou, 1877.

Brett (*J.*). — Lettre sur la Société Royale Astronomique. (142-145).

Hunt (*G.*). — Remarques sur la mesure du diamètre du premier anneau de diffraction des étoiles. (145-146).

M. Dawes a autrefois mesuré ce diamètre par les procédés micrométriques.

Gill (*D.*). — Visite à l'Observatoire de Halley à Sainte-Hélène. (147-148).

* L'Éditeur. — Notes sur les observations anglaises de Vénus, l'exactitude des déterminations télégraphiques de longitude, le passage de Vénus en 1882, la nouvelle méthode spectroscopique du professeur Langley, Hypérion, la possibilité d'observations de passages sans erreurs personnelles. (148-154).

Memoranda astronomique pour septembre 1877. (155-156).

Denning (*W.-F.*). — Points radiants pour septembre. (157).

Marth (*A.*). — Éphémérides pour l'observation physique de Mars, Jupiter et Saturne. (159-160).

Todd (*D.-P.*). — Note sur les éclipses des satellites de Jupiter. (161-164).

Denning (*W.-F.*). — Note sur les observations des étoiles filantes d'août 1877. (164-166).

* *Airy* (*G.-B.*). — Observations du passage de Vénus en 1874 par les expéditions anglaises. [Christie]. (166-173).

* Annales de l'Observatoire de Moscou. — Observations photométriques, par M. W. Ceraski. (173-174).

Gill (*D.*). — Lettre écrite de l'Ascension. (175-176).

Gore (*J.-E.*). — Variabilité de l'étoile R(ν) de l'Hydre. (176-177).

Lassell (*W.*). — Note sur l'offre de son télescope pour l'Observatoire de Melbourne. (178-179).

* *Hall* (*A.*). — Notes sur les satellites de Mars. (181-182).

Éclipse de Lune du 23 août 1877. — Résumé de diverses observations sur le spectre de la partie éclipsée. (182-184).

* *Draper* (*H.*). — Découverte de l'oxygène dans le Soleil (*American Journal,* August 1877). (184-185).

Memoranda astronomique pour octobre 1877. (186-187).

Denning (*F.-W.*). — Points radiants en octobre. (188).

Marth (*A.*). — Éphémérides pour l'observation physique des planètes en octobre 1877. (189-192).

Darwin (*G.-H.*). — Densité interne des planètes. (193-197).

Plummer (*J.-J.*). — Note sur les phénomènes physiques de l'éclipse de Lune du 23 août 1877. (197-199).

Kirkwood (*D.*). — Relation entre les moyens mouvements des quatre satellites intérieurs de Saturne. (199).

Relation très-simple, mais empirique.

Notice nécrologique sur Le Verrier. [E. Dunkin]. (199-206).

R. 7.

* Annales de l'Observatoire de Moscou. — Erreurs de division du cercle méridien, par M. A. Gromadzki; parallaxe de l'étoile nébuleuse H IV 37; spectre des nébuleuses planétaires. (206-208).

Lindsay (lord) et *Walker* (*C.-V.*). — Notes sur les modifications du règlement de la Société Astronomique. (208-212).

Airy (*G.-B.*). — Note sur la forme des anneaux de diffraction des étoiles. (212-213).

Newcomb (*S.*). — Période des satellites de Mars et masse de la planète. (213-214).

	h m
Révolution du satellite intérieur...........	7.38
Révolution du satellite extérieur...........	30.14

$$\text{Masse de Mars} = \frac{\text{masse du Soleil}}{3\,090\,000}.$$

Cranston (*T.*). — Nouvelle méthode de distances lunaires. (214-215).

Dreyer (*J.-L.-E.*). — Remarques sur la distribution des étoiles d'après les zones de Bonn. (216).

Capron (*J.-R.*). — Note sur l'éclipse de Lune du 23 août 1877. (216-218).

* *Hall* (*A.*). — Rotation de Saturne. (218-219).

La durée de la rotation est de $10^h\,14^m\,23^s,8$.

* *Vogel* (*H.-C.*). — Effet de la rotation des étoiles sur leur spectre (*Monthly Notices* de mars 1877). (220-221).

* *Stone*. — Observations faites au Cap en 1874. (221-222).

* *Mouchez*. — L'auréole autour de Vénus (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXXXV, n° 7. (223).

* *Reslhuber* et *Strasser*. — Catalogue de 750 étoiles observées à Kremsmünster. (223-224).

Memoranda astronomique pour novembre 1877. (225-226).

Denning (*W.-F.*). — Points radiants pour novembre. (227).

Marth (*A.*). — Éphémérides pour l'observation physique du Soleil, de la Lune et des planètes en novembre 1877. (228-230).

Réunion de la Société Astronomique de Londres le 9 novembre 1877. (231-237).

Discussion entre MM. Adams, Airy et Neison sur la théorie de la Lune.

Neison (*E.*). — Note sur les observations physiques de la Lune. (238-242).

L'auteur fait un appel pressant aux astronomes et à tous ceux qui ont des lunettes de 8 à 10 pouces d'ouverture, afin d'étudier d'une manière précise la surface de notre satellite et de décider la question des changements possibles de cette surface.

Denning (*F.-W.*). — Note sur les étoiles filantes d'octobre du groupe des Orionides. (243-244).

Gill (*D.*). — Lettre écrite de l'Ascension. (244-245).

Flammarion (*C.*). — L'étoile triple θ de Persée. (245-246).

Le catalogue de Smyth renfermerait une erreur relativement à la position de la troisième étoile du groupe.

Capron (*J.-R.*). — Remarques sur les lignes brillantes découvertes dans le spectre solaire par M. Draper. (247-248).

Barneby (*T.*). — Remarques sur Saturne et ses satellites. (248-250).

M. Barneby a vu, le 22 octobre 1877, l'ombre de Titan passer sur la planète.

Plummer (*J.-J.*). — Note sur la distribution des étoiles. (251-253).

Dunkin (*E.*). — Mouvement propre de 3511 Groombridge. (253).

Les mouvements propres sont :

Ascension droite..............	+ 0ˢ,050.
Déclinaison....................	+ 0″, 04.

* *Oppolzer*, *Plantamour* et *R. Wolf*. — Jonction télégraphique des triangles géodésiques autrichiens et suisses. (254-255).

* *Schmidt* (*J.-F.-J.*). — Note sur la comète II de 1877 (Winnecke). (*Astronomische Nachrichten*, n° 2145). (256).

Memoranda astronomique pour décembre 1877. (257-258).

Denning (*W.-F.*). — Points radiants pour décembre. (259).

Marth (*A.*). — Éphémérides pour l'observation physique du Soleil, de la Lune et des planètes en décembre 1877. (260-262).

Pritchard (*C.*). — Éléments paraboliques et éphéméride de la comète II de 1877. (262).

Réunion de la Société Astronomique de Londres le 14 décembre 1877. (264-272).

Adams (*J.-C.*). — Note sur le mouvement des nœuds de la Lune. (272-273).

Gill (*D.*). — Notes sur la détermination de la parallaxe solaire. Partie VI. (273-280).

Cette dernière Note débute par une discussion de la méthode héliométrique. Au point de vue théorique et aussi au point de vue de la facilité des mesures et de l'élimination des erreurs d'observations par leur répétition, le procédé est des plus corrects; mais les réductions reposent toutes sur la détermination des constantes instrumentales (valeur de l'échelle des distances), et l'on peut craindre qu'il n'y ait dans cette détermination des erreurs systématiques que les méthodes de calcul n'éliminent pas. M. Gill pense donc que la méthode héliométrique ne présente pas en elle-même tous les caractères de rigueur nécessaires.

L'auteur donne donc, parmi toutes les méthodes proposées, ses préférences à la méthode des différences de déclinaison de Mars, et surtout à celle, préconisée par M. Galle, des différences de position des petites planètes par rapport à des étoiles voisines prises pour points de repère. La mesure héliométrique des distances de la planète aux étoiles lui semble une opération d'une exactitude absolue et de laquelle il est facile de faire disparaître toutes les erreurs systématiques.

Kirkwood (*D.*). — Les satellites de Mars et l'hypothèse de la nébuleuse cosmique. (280-282).

La rotation du satellite intérieur de Mars, environ trois fois plus rapide que celle de la planète, n'est pas une objection à la théorie cosmique de Laplace et Herschel.

Tupman (*G.-L.*). — Le bolide du 23 novembre 1877. (282-283).

Notice nécrologique sur C.-L. de Littrow. [E. Dunkin]. (283-284).

Schoenfeld (*E.*). — Notes sur les Cartes de Bonn et la distribution des étoiles dans l'espace. (284-285).

Gill (*D.*). — Lettres écrites de l'Ascension. (286-288).

Capron (*J.-R.*). — Observation du passage de l'ombre de Titan sur Saturne le 9 décembre 1877. (288-289).

Tennant (*J.-F.*). — Note sur le passage de Vénus. (290-291).

Corder (*H.*). — Remarques sur les étoiles filantes de novembre et décembre 1877. (291-292).

* *Tempel.* — Nébuleuses découvertes à Arcetri (*Astron. Nach.*, nos 2138 et 2139). (292-294).

* *Tisserand.* — Masse de l'anneau de Saturne. (*Comptes rendus*, t. LXXXV), no 16. (294-295).

* *Airy* (*G.-B.*). — Observations de Greenwich pour 1875. (296).

* *Lindsay* (*lord*). — Publications de l'Observatoire de Dun-Echt. T. II. (297).

MEMORANDA astronomique pour janvier 1878. (298-300).

Denning (*W.-F.*). — Points radiants pour janvier. (301).

Marth (*A.*). — Éphémérides pour l'observation physique de la Lune et des planètes en janvier 1878. (302).

RÉUNION DE LA SOCIÉTÉ ASTRONOMIQUE de Londres le 11 janvier 1878. (303-314).

Schuster (*A.*). — Note sur la présence de l'oxygène dans le Soleil. (315-316).

M. Schuster a déterminé les longueurs d'onde des lignes du spectre de l'oxygène; le Tableau suivant résume le résultat de ses expériences et les longueurs d'onde des lignes correspondantes du Soleil :

	Oxygène.	Soleil.
α	6156,86	6156,70
β	5435,55	5435,50
γ	5329,41	5329,20
δ	4367,62	4367,58.

La coïncidence est très-grande; mais les lignes de l'oxygène, à basse température, paraissent un peu moins réfrangibles que celles du Soleil.

Tupman (*G.-L.*). — Notes sur le bolide du 23 novembre 1877, d'après les observations faites en Angleterre. Partie I. (316-322).

* *Tupman* (*G.-L.*). — Parallaxe solaire (*Monthly Notices* du 14 décembre 1877). (322-325).

Hunt (*G.*). — L'étoile λ Petite Ourse considérée comme une épreuve de la vision à l'œil nu. (325-326).

L'étoile, située entre la Polaire et δ Petite Ourse, est de 6½ grandeur; elle paraît n'etre visible que pour quelques observateurs privilégiés.

Knobel (*E.-B.*). — Remarques sur la distribution des étoiles. (326-327).

L'auteur, comparant les résultats de ses déterminations photométriques des étoiles de l'amas de Persée avec les grandeurs indiquées par Argelander, montre que ces dernières sont en général très-exactes.

Grover (*C.*). — Observation de l'ombre de Titan sur Saturne le 9 décembre 1877. (327-328).

* *Vogel.* — Note sur la photométrie des diverses parties du spectre et l'absorption de l'atmosphère solaire (*Monatsbericht d. K. Akad. d. Wissensch.* Berlin, 1877, march.). (328-331).

* Académie de Vienne. — Prix pour la découverte des comètes. (331).

* *Stone.* — Catalogue des étoiles observées au Cap de 1871 à 1875. (331-332).

* *Le Verrier.* — Tables d'Uranus et de Neptune. (332-333).

* *Flammarion.* — Les mouvements propres et les distances des étoiles (*Comptes rendus,* t. LXXXV, nos 10, 18, 22). (334).

Ellery (*R.-L.*). — Observation d'un satellite de Mars le 16 octobre 1877. (335).

Memoranda astronomique pour février et mars 1878. (336).

Denning (*W.-F.*). — Points radiants pour février. (337).

Marth (*A.*). — Éphémérides pour l'observation physique du Soleil et des planètes en février 1878. (338).

Réunion annuelle de la Société Royale Astronomique le 8 février 1878. (339-351).

Tupman (*G.-L.*). — Le bolide du 23 novembre 1877. Partie II. (351-355).

Les éléments de l'orbite parabolique sont

$$i = 0, \quad \varpi = 154^\circ, \quad q = 0,471,$$

mouvement direct.

* *Flammarion* (*C.*). — Les terres du ciel. 1 vol. in-8°. Paris, 1877. (355-358).

* *Chambers* (*G.-F.*). — *Handbook of descriptive Astronomy*. Third edition. Oxford, 1877. (358-360).

Neison (*E.*). — Réflexion spéculaire de la surface de Vénus. (360-366).

M. Neison pense que les effets attribués à une réflexion spéculaire sur Vénus sont dus à la présence autour de la planète d'une atmosphère épaisse et dense. Ces idées sont contredites par M. Christie dans une Note qui suit la Lettre de M. Neison.

Denning (*W.-F.*). — Remarques sur l'exactitude de ses déterminations de points radiants. (366-368).

Backhouse (*T.-W.*). — Notes sur les étoiles filantes de novembre. (369-370).

Dreyer (*J.-L.-E.*). — La forme spirale des nébuleuses. (370-371).

M. Tempel avait émis l'idée que la forme spirale donnée par lord Ross à plusieurs nébuleuses était due à une illusion d'optique provenant d'une sorte de pulsation de la lumière. M. Dreyer pense que cette forme est bien réelle.

* *Birmingham* (*J.*). — *The red stars*.... Observations et Catalogues d'étoiles rouges. 1 vol. Londres, 1877. (372-373).

* *Kirkwood* (*D.*). — *On the*.... Sur l'âge relatif du Soleil et de quelques étoiles fixes (*Amer. Philos. Soc.*). (373-374).

* *Main* (*R.*). — *Radcliffe*.... Observations faites à l'Observatoire d'Oxford en 1875. (375).

Memoranda astronomique pour mars et avril 1878. (376).

Denning (*W.-F.*). — Points radiants pour mars. (377).

Marth (*A.*). — Éphémérides pour l'observation physique du Soleil et des planètes en mars et avril 1878. (378).

Réunion de la Société Astronomique de Londres le 8 mars 1878. (379-392).

Intéressante discussion sur la cause des différences entre les parallaxes solaires calculées par MM. Airy, Tupman et Stone d'après les observations du passage de Vénus en 1874.

* *Celoria* (*G.*). — *Sopra alcuni....* Mémoire sur les sondages du ciel et la distribution des étoiles dans l'espace. Milan, 1878. [J. Brett]. (392-396).

* *Lohrmann* (*W.-G.*). — *Mondcharte....* Carte de la Lune en 25 planches, avec un texte explicatif par J.-F.-J. Schmidt. Leipzig, 1878. [E. Neison]. (396-399).

Sawyer (*E.-F.*). — Nombres relatifs des étoiles filantes des diverses grandeurs. (399-400).

Voici le résultat moyen des calculs faits sur ce sujet par MM. Schmidt, Denning et Sawyer :

	Nombre pour 100 des divers météores.					Nombre total
	1re grandeur.	2e grandeur.	3e grandeur.	4e grandeur.	5e grandeur.	des météores.
Moyenne......	3,0	10,6	17,4	24,9	44,1	11094

Christie (*W.-H.-M.*). — Instructions pour le passage de Mercure du 6 mai 1878. (400-402).

Notice nécrologique sur le P. Secchi. (402-403).

Tempel (*W.*). — Sur la forme spirale des nébuleuses. (403-405).

Réponse aux critiques que M. Dreyer avait faites de son travail.

Allsop (*W.-J.*). — Remarques sur λ de la Petite Ourse. (406).

L'étoile est visible à l'œil nu; observation confirmée par M. Christie.

* *Holden.* — Mouvement propre de la nébuleuse Messier n° 20 (*American Journal*, décembre 1877). [E. D.]. (406-407).

* *Godward.* — *Corrections to....* Correction des éléments de Cérès (*Monthly Notices*, janvier 1878). [E. D.]. (407).

* *Pickering.* — *Harvard College Observatory....* Rapport annuel (1877) sur les travaux de l'Observatoire de Harvard College. (408-409).

* *Lockyer* (*N.*). —*Discovery*.... Découverte des métaux rares dans le Soleil (*Comptes rendus*, t. LXXXV, n° 5). (409-410).

* *Hennessey*. — *The Trigonometrical*.... Rapport sur les progrès de la triangulation de l'Inde en 1875-1876. (411-413). [D. G.].

* *Hall*. — *The south*.... La tache polaire sud de Mars (*Astron. Nach.*, n°s 2174 et 2178). (414).

Memoranda astronomique pour avril et mai 1878. (416).

Denning (*W.-F.*). — Points radiants pour avril. (417).

Marth (*A.*). — Éphémérides pour l'observation physique du Soleil, de la Lune et des planètes en avril et mai 1878. (418).

Tome II; (avril 1878-mai 1879).

Réunion de la Société Astronomique de Londres le 12 avril 1878. (1-13).

Intéressante discussion entre le capitaine Abney et M. de La Rue sur les photographies de la partie ultra-rouge du spectre solaire et les procédés qui permettent de l'obtenir.

Gould (*B.-A.*). — La Photographie céleste. (13-19).

M. Gould, faisant l'historique des progrès de la Photographie astronomique, rappelle d'abord les essais faits en 1850, sous la direction de W.-C. Bond, avec le grand équatorial de Cambridge; on obtint des images de la Lune ainsi que de Vega et de Castor. L'image de cette dernière, qui est double, parut allongée. En 1854, on photographia l'éclipse de Soleil du 26 mai; enfin, en 1857, M. Whipple obtint à Cambridge des images d'Alcor et de Mizar, de la Grande Ourse, assez parfaites pour permettre des mesures de la position du compagnon de la dernière.

Les essais de Draper à New-York et de M. de La Rue à Londres sont connus de tout le monde.

Depuis 1864, M. Rutherfurd, en employant un objectif achromatique pour les rayons chimiques, obtient de magnifiques photographies des principaux amas d'étoiles, notamment des Pléiades et de Præsepe.

A partir de 1873, des travaux analogues ont été faits à Cordoba, et l'on a obtenu des photographies de l'amas X du Navire (185 étoiles) et de η d'Argo (180 étoiles), ainsi que des vues nombreuses des planètes Jupiter, Mars et Saturne.

Denning (*W.-F.*). — Note sur le nombre pour 100 des étoiles filantes des diverses grandeurs. (20-21).

Nous reproduisons dans son entier le Tableau de M. Denning :

Nombre pour 100 des étoiles des diverses grandeurs.

Observateurs.	Époque des observations.	Classe I. Supérieures à la première.		Classe II. 1re grandeur.	Classe III. 2e grandeur.	Classe IV. 3e grandeur.	Classe V. 5e grandeur et au-dessous.	Nombre total d'étoiles.
		Ordre de grandeur						
Schmidt.....	1842-1868	3,8		14,6	18,0	22,3	41,3	1666
Denza.......	1869	2,4		8,4	13,2	32,0	44,0	1007
Zezioli......	1867-1870	»	11,5	»	20,8	27,1	40,6	8391
Sawyer......	1868-1877	2,8		10,7	17,0	25,4	44,1	6925
Corder......	1871-1878	»	8,3	»	18,4	29,6	43,7	3162
Tupman.....	1869-1871	3,6		11,2	15,5	24,7	45,0	1836
Denning	1876-1877	2,9		7,3	19,5	24,7	45,6	2894
Konkoly.....	1871-1876	4,5		14,5	21,3	24,9	34,8	2189
Schiaparelli..	1872	3,1		12,7	22,0	25,1	37,1	7063
Heiss........	1833-1875	2,1		19,3	35,7	28,5	14,4	13919
Weiss.......	1867-1874	1,9		11,5	24,6	32,3	29,7	6013
Lucas.......	1869-1877	3,5		21,1	26,8	28,0	20,6	1846
Tanger.....?	1871	»	9,2	»	9,2	16,3	65,3	567
Moyenne..	1833-1878	2,8		11,9	20,2	26,2	38,9	57479

Dreyer (*J.-L.-E.*). — Réponse à M. Tempel sur la forme spirale des nébuleuses. (22-23).

Corder (*H.*). — Note sur la couleur des étoiles filantes. (23-24).

Liveing et *Dewar*. — *On the*.... Sur le renversement des lignes des vapeurs métalliques (*Proceedings of the R. Society*, t. XXVII). (25-27).

Christie. — Notes sur le futur passage de Mercure le 6 mai 1878. (27-28).

Memoranda astronomique pour mai et juin 1878. (29-30).

Denning (*W.-F.*). — Points radiants pour mai. (31).

Marth (*A.*). — Éphémérides pour l'observation physique des planètes en mai 1878. (32).

Réunion de la Société Astronomique de Londres le 10 mai 1878. (33-45).

Discussion entre MM. Airy, Rutherfurd, Dunkin, Proctor, Ranyard, Huggins et Christie sur les anneaux brillants vus autour de Mercure pendant son passage du 6 mai.

Airy (*G.-B.*). — *The interior*.... L'intérieur de la Terre; extrait d'une adresse à l'Association du Cumberland pour l'avancement des Sciences. (45-52).

Abbadie (*A. d'*). — Note sur les changements de direction du fil à plomb. (52-54).

Résumé des observations faites de 1867 à 1872 à Abbadia avec le *Nadirane*.

Johnson (*S.-J.*). — Note historique sur les principales occultations de Mars. (54-55).

NOTICE nécrologique sur le Rév. Main. [C. Pritchard]. (55-56).

* *Capron* (*R.*). — *Photographed*.... Photographies de cent trente-six spectres de métaux ou de gaz reproduits par l'autotypie. 1 vol. Londres, 1877. (56-59).

Pritchard (*C.*) et *Mathison* (*R.*). — Observations du passage de Mercure le 6 mai. (59-60).

Burnham (*S.-W.*). — Note sur le compagnon de δ de l'Écrevisse. (60-61).

Les mouvements du compagnon et de l'étoile principale s'effectuent suivant des lignes droites parallèles.

* *Liveing* et *Dewar*. — *On the*.... Sur le renversement des lignes spectrales des vapeurs métalliques. II[e] Note (*Proceedings of the R. Society*). [M.-L. H.]. (62-64).

* *Rosse* (*lord*). — *Polarization of*.... Polarisation de la lumière de la Lune et de Vénus (*Proceedings of the Royal Society*). (65-66).

* *Pritchard* (*C.*).—*Astronomical*.... Observations astronomiques faites à l'Observatoire de l'Université d'Oxford. N° 1. 1 vol. in-8°. Oxford, 1877. (66-67).

* *Ferrari*. — Éruption solaire du 7 novembre 1877 (*Spettrosc. italiani*, 1877, novembre). (67-68).

* *Dreyer* (*J.-L.-E.*). — *Supplement to*.... Supplément au Catalogue général des nébuleuses de Herschel. (69).

MEMORANDA astronomique pour juin et juillet 1878. (70).

Denning (*W.-F.*). — Notes sur les météores de juin. (71).

Marth (*A.*). — Éphémérides pour l'observation physique des planètes en juin et juillet 1878. (72).

Réunion de la Société Astronomique de Londres le 14 juin 1878. (73-88).

Discussion entre MM. Christie, Ranyard et Schuster sur l'existence des lignes brillantes de l'oxygène dans le spectre solaire.

Knott (*G.*). — Notes sur l'étoile variable U du Cygne. (89-90).

La période est de 466 jours.

Denning (*W.-F.*). — Le bolide du 7 juin 1878 en Angleterre. (90-93).

* *Airy* (*G.-B.*). — Rapport sur les travaux de Greenwich en 1877-1878. (93-96).

* *Newcomb*. — *The mean....* Le moyen mouvement de la Lune (*Amer. Journal of Science*, 1877, novembre). [E. N.]. (97-100).

* *Vogel* (*H.-C.*). — *Der Sternhaufen....* L'amas de χ de Persée. 1 vol. in-4°. Leipzig, 1878. (100-101).

Memoranda astronomique pour juillet-août 1878. (102).

Denning (*W.-F.*). — Notes sur les météores de juillet. (103).

Marth (*A.*). — Éphémérides pour l'observation physique des planètes en juillet-août 1878. (104).

Ledger (*E.*). — L'Arithmétique élémentaire et la durée d'une éclipse totale de Soleil. (105-110).

Doberck (*W.*). — Les étoiles doubles. (110-116).

L'auteur indique rapidement l'histoire de l'observation des étoiles doubles et discute les méthodes proposées par Herschel, Savary, Thiele et lui-même pour le calcul des éléments de leurs orbites.

* *Croll* (*J.*). — *Croll's hypothesis on the....* Hypothèse de Croll sur l'origine de la chaleur du Soleil et des étoiles (*Amer. Journal of Science*, avril 1878). [D. Kirkwood]. (117-118).

Kirkwood (*D.*). — Remarques sur la date aérolithique du 12-13 novembre. (118-121).

La nuit du 12-13 novembre donne un nombre de chutes de pierres ou de bolides détonants presque double de la moyenne. Le point radiant de ces météores n'est pas le Lion, et ils ne font pas partie du groupe des étoiles filantes du 14 novembre.

Sawyer (*E.-F.*). — L'étoile variable R du Bouclier. (121-122).

Airy (*G.-B.*). — Note sur la distorsion des images du photohéliographe. (122-123).

* *Boss* (*Lewis*). — *Dudley observatory*.... Rapport sur la situation et l'état actuel de l'Observatoire de Dudley. (124-125).

The Transit.... Le passage de Mercure du 6 mai 1878; observations diverses. (126-127).

* *Cornu* (*A.*). — Actions magnétiques et électriques de l'atmosphère solaire (*Comptes rendus*, t. LXXXVI, n° 8). (128-129).

* *Stone* (*O.*). — *Cincinnati Observations*.... Observations faites à Cincinnati en 1877. (130).

Denning (*W.-F.*). — Notes sur les météores d'août. (131-132).

MEMORANDA astronomique pour août et septembre 1878. (133-134).

Marth (*A.*). — Éphémérides pour l'observation physique des planètes en août et septembre 1878. (134-136).

Ball (*R.-S.*). — Parallaxe de la 61[e] du Cygne. (137-139).

Les observations faites à Dunsink de juillet 1877 à juin 1878 ont donné à l'auteur $\varpi = 0'',465$.

Doberck (*W.*). — Les étoiles doubles. Partie II. (140-144).

L'auteur examine les méthodes de calcul de Y. Villarceau et de Klinkerfues.

Royston-Pigott (*G.-W.*). — Note sur la détermination de la collimation diurne d'un instrument réversible au moyen d'une échelle divisée placée à distance. (144-146).

Gledhill (*J.*). — Note sur la mesure de la distance des étoiles doubles. (146-151).

L'auteur indique les principales précautions que l'on doit prendre dans la mesure des étoiles doubles : observer les étoiles brillantes en plein jour ou dans le crépuscule ; employer le grossissement le plus convenable ; répéter les mesures divers jours plutôt que de les multiplier dans la même soirée ; faire au moins trois mesures d'angle de position et deux mesures de distance ; noter toutes les circonstances des observations.

Dans le but de déterminer les erreurs personnelles, M. Gledhill propose ensuite une liste d'étoiles qui devraient être observées par tous les astronomes.

* *Lockyer* (*J.-N.*). — *Star-gazing*.... L'aspect des étoiles, leur passé et leur présent. 1 vol. Londres, 1878. [J. Brett]. (151-156).

Pritchett (*C.-W.*). — Le passage de Mercure le 6 mai 1878. (156-160).

Observation du passage de Mercure à Glasgow (Missouri); phénomènes physiques.

Capron (*J.-R.*). — Note sur l'éclipse de Lune du 12 août. (160).

Swift (*L.*). — Note sur la découverte supposée de Vulcain par M. Watson. (161-162).

L'Éclipse totale de Soleil du 29 juillet 1878. (162-163).

Résumé des observations physiques faites en Amérique.

Holetschek. — Éléments de la comète découverte le 7 juillet par M. Swift. (163).

Denning (*W.-F.*). — Notes sur les météores de septembre. (163-165).

Memoranda astronomique pour septembre et octobre 1878. (166).

Marth (*A.*). — Éphémérides pour l'observation physique des planètes en septembre-octobre 1878. (167-168).

Doberck (*W.*). — Les étoiles doubles. Partie III. (169-174).

Éléments de Σ 3121, γ de la Couronne boréale, ξ de la Balance, Σ 3062, ω du Lion, *p* d'Éridan, Σ 1768, ξ du Bouvier.

* *Struve* (*O.*). — Observations de Poulkova; t. IX, 1878. Observations d'étoiles doubles. Partie I. [A.-W. Downing]. (174-183).

Gledhill (*J.*). — Liste des étoiles doubles à observer en octobre. (183-187).

TABLE DES MATIÈRES.

JUIN 1879.

Ire PARTIE. — Comptes rendus et Analyses.

Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.

Le Gérant : GAUTHIER-VILLARS

†**LACROIX** (S.-F.).—**Éléments d'Algèbre**, à l'usage des candidats aux Écoles du Gouvernement. 24e édition, revue, corrigée et annotée conformément aux *nouveaux Programmes* de l'enseignement dans les Lycées, par M. *Prouhet*, Professeur de Mathématiques. In-8; 1879. (*Autorisé par décision ministérielle.*).... 6 fr.

†**LACROIX** (S.-F.). — **Complément des Éléments d'Algèbre** à l'usage de l'École centrale des Quatre-Nations. 7e édition. In-8; 1863.......... 4 fr.

LAURENT (H.), Répétiteur d'Analyse à l'École Polytechnique. — **Traité d'Algèbre** à l'usage des Candidats aux Écoles du Gouvernement. 3e édit., revue et mise en harmonie avec les nouveaux programmes. Deux vol. in-8; 1879.

Première Partie, à l'usage des classes de *Mathématiques élémentaires*..... 4 fr.

Seconde Partie, à l'usage des classes de *Mathématiques spéciales*........

LEFÉBURE DE FOURCY.—**Leçons d'Algèbre.** 8e édition; 1870. 7 fr. 50 c.

†**LEMONNIER** (H.), Docteur ès Sciences, Professeur de Mathématiques spéciales au Lycée Henri IV. — **Mémoire sur l'élimination**. In-4; 1879. 6 fr.

†**LIONNET.** — **Algèbre élémentaire**, à l'usage des Candidats au Baccalauréat ès Sciences et aux Écoles du Gouvernement. 3e édition. In-8; 1868. 4 fr.

†**ROUCHÉ** (E.), ancien Élève de l'École Polytechnique, Professeur au Lycée Charlemagne. — **Éléments d'Algèbre**, à l'usage des Candidats au Baccalauréat ès Sciences et aux Écoles spéciales. In-8, avec 28 fig.; 1857... 4 fr.

†**SERRET** (J.-A.), Membre de l'Institut. — **Cours d'Algèbre supérieure.** 4e édition. 2 forts volumes in-8; 1877-1878........................ 25 fr.

GÉOMÉTRIE.

†**BELLAVITIS** (G.). — **Exposition de la Méthode des Équipollences**, traduit de l'italien par M. *Laisant*, capitaine du Génie. In-8, avec fig. dans le texte; 1874.. 4 fr. 50 c.

†**CHASLES**, Membre de l'Institut.— **Aperçu historique sur l'origine et le développement des Méthodes en Géométrie, particulièrement de celles qui se rapportent à la Géométrie moderne**, suivi d'un *Mémoire de Géométrie sur deux principes généraux de la Science, la Dualité et l'Homographie*. 2e édition, conforme à la première. Un beau volume in-4 de 850 pages; 1875..... 35 fr.

†**CHASLES.** — **Traité des Sections coniques**, faisant suite au **Traité de Géométrie supérieure**. *Première Partie*. In-8, avec 5 planches; 1865...... 9 fr.

COMPAGNON (P.-F.), ancien Professeur de l'Université. — **Éléments de Géométrie.** Cet Ouvrage est surtout destiné aux jeunes gens qui se préparent aux Écoles du Gouvernement. 2e édition. In-8, avec figures; 1876...... 7 fr.

COMPAGNON (P.-F.). — **Abrégé des Éléments de Géométrie.** Cet Ouvrage s'adresse plus particulièrement aux Élèves des différentes classes de Lettres, aux Candidats au Baccal. ès Lettres ou ès Sc., et aux Élèves de l'Enseignement secondaire spécial. 2e édition. In-8, avec fig.; 1876. (*Autorisé par le Conseil supérieur de l'Enseignement secondaire spécial*)....... 4 fr. 50 c.

†**COMPAGNON** (P.-F.). — **Questions proposées sur les Éléments de Géométrie**, divisées en Livres, Chapitres et paragraphes, et contenant quelques indications *Sur la manière de résoudre certaines questions*. In-8, avec figures dans le texte; 1877.. 5 fr.

†**CREMONA** (L.), Directeur de l'École d'application des Ingénieurs, à Rome. — **Éléments de Géométrie projective**; traduits par *Ed. Dewulf*, Chef de bataillon du Génie. Un beau volume in-8, 216 figures sur cuivre, en relief, dans le texte; 1875.. 6 fr.

FLYE SAINTE-MARIE, Capitaine d'Artillerie. — **Études analytiques sur la théorie des parallèles.** In-8, avec 8 planches; 1871 .... 5 fr.

FOLIE (F.), Administrateur-Inspecteur de l'Université de Liége. — **Recherches de Géométrie supérieure.** — Évolution. — Synthèse des théorèmes de Pascal et de Brianchon. — Rapport anharmonique et involution du $n^{ième}$ ordre. In-8; 1878.................................... 1 fr. 50

FOLIE (F.). — **Fondements d'une Géométrie supérieure cartésienne.** In-4, avec planche; 1872.. 5 fr.

†**HOÜEL** (J.), Professeur de Mathématiques pures à la Faculté des Sciences de Bordeaux. — **Essai critique sur les principes fondamentaux de la Géométrie élémentaire ou Commentaire sur les XXXII premières propositions des Éléments d'Euclide.** In-8, avec figures; 1867................ 2 fr. 50 c.

Penrose (*F.-C.*). — L'éclipse de Soleil du 29 juillet 1878. (187-191).

Description de la couronne, observée à Denver.

Tempel (*W.*). — Note sur la réapparition de la comète II de 1873. (191-192).

Christie. — Notes sur la découverte de Vulcain, l'éclipse de Soleil du 29 juillet et l'éclipse de Lune du 12 août. (193-197).

* *Vogel*. — Note sur l'étoile nouvelle du Cygne. (198-199).

* *Wolf* (*R.*). — Les taches du Soleil et les variations magnétiques. (*Astron. Mittheilungen*, n° 46). (199-201).

* *Åstrand*. — Carte céleste. (201-202).

Notice nécrologique sur E. Quetelet. (202). [E. D.].

Denning (*W.-F.*). — Notes sur les météores d'octobre. (203-205).

Memoranda astronomiques pour octobre-novembre 1878. (206).

Marth (*A.*). — Éphémérides pour les observations physiques du Soleil et des planètes en octobre-novembre 1878. (207-208).

Doberck (*W.*). — Les étoiles doubles. Partie IV. (209-217).

Éléments de τ d'Ophiuchus, λ d'Ophiuchus, 44 du Bouvier, η de Cassiopée, μ^2 du Bouvier, 36 d'Andromède, σ de la Couronne boréale, α des Gémeaux.

* *Struve* (*O.*). — Observations de Poulkova; t. IX, 1878. Observations d'étoiles doubles. Partie II. (217-223). [A.-W. Downing].

Lynn (*W.-T.*). — L'étoile variable T de la Couronne et l'Astronomie populaire de M. Newcomb. (223-225).

Nasmyth (*J.*). — Note sur l'éclat relatif de Vénus et de Mercure. (225-226).

La conjonction des deux planètes le 25 septembre 1878 a donné à l'auteur l'occasion de mesurer leur éclat relatif. L'éclat de Vénus est environ deux fois et demie celui de Mercure.

Todd (*C.*). — Observations de Jupiter à Adélaïde. (226-228).

Barneby (*T.*). — Note sur les couleurs de γ_1, γ_2 et γ_3 d'Andromède. (229).

Cance (*J.-L.-M.*). — Visibilité des satellites de Jupiter à l'œil nu. (229-230).

* *Hall* (*A.*). — Mémoire sur les satellites de Mars (Observations de Washington pour 1878). (230-232).

* *Draper* (*J.-C.*). — *Discovery of....* Découverte de lignes noires du spectre solaire qui répondent aux lignes de l'oxygène. (*Amer. Journ.*, 1878, octobre). (232-234).

Notes sur l'éclipse totale de Soleil du 29 juillet 1878. (234-235).

* *Gould.* — *The climate....* Le climat de Cordoba et la période des taches solaires. (*Amer. Journ.*, 1878, juin). (235-237).

* *Barclay.* — *Leyton astronomical....* Observations astronomiques de Leyton; vol. IV, 1878. (238-239).

Gledhill (*J.*). — Position des étoiles doubles à observer en novembre. (239-242).

Denning (*W.-F.*). — Notes sur les météores de novembre. (242-243).

Memoranda astronomiques pour novembre-décembre 1878. (244).

Marth (*A.*). — Éphémérides pour l'observation physique des planètes pendant le mois de novembre 1878. (245-246).

Réunion de la Société Astronomique de Londres le 8 novembre 1878. (247-262).

Remarques de M. Airy sur la découverte faite par M. Gill qu'il y a une différence d'équation personnelle entre l'observation méridienne d'étoiles de diverses grandeurs.

Discussion entre MM. Ranyard, Christie et Schuster sur l'apparence des lignes brillantes du spectre solaire que M. Draper attribue à l'oxygène.

Schuster (*A.*). — La couronne solaire pendant l'éclipse de 1878. (262-266).

La couronne a été de dimensions très-réduites et la totalité de sa lumière était de la lumière solaire réfléchie par des particules solides ou liquides enveloppant le Soleil comme un anneau de météores; dans les éclipses précédentes, on avait constaté l'existence d'une lumière propre à la couronne. Les observations américaines ont encore démontré que la polarisation de la couronne décroît rapidement lorsque l'on s'éloigne du Soleil.

* *Bazley* (*T.-S.*). — *The stars*.... Les étoiles dans leur course. 1 vol. Londres, 1878. (266-268).

Gledhill (*J.*). — Étoiles doubles à observer en décembre. (269-270).

Denning (*W.-F.*). — Notes sur les météores de décembre. (270-271).

Corder (*H.*). — Observations des étoiles filantes d'octobre 1878. (272-273).

* *Soret*. — Recherches sur l'absorption des rayons ultra-violets par diverses substances. (*Archives de Genève,* août 1878). (273-274). [M.-L. H.].

* *Boss* (*L.*).— *The transit*.... Le passage de Mercure. (274-275).

Dans une Communication à l'Institut d'Albany, M. Boss a démontré que les observations du dernier passage de Mercure étaient favorables à l'existence d'une planète intra-mercurielle.

Marth (*A.*). — Éphémérides pour l'observation physique des planètes en décembre 1878. (277-278).

Réunion de la Société Astronomique de Londres le 13 décembre 1878. (279-295).

Pratt (*H.*). — Note sur le nouveau cratère signalé par M. Klein au nord de Huygens. (296-300).

Le prétendu nouveau cratère est une dépression très-faible dont le fond est un peu obscur; il est difficile à voir. D'anciens dessins et des photographies faites par M. Rutherfurd en 1873 montrent l'existence d'une tache sombre dans ce même point.

Penrose (*F.-C.*). — La couronne solaire et les anneaux météoriques. (300-302).

La couronne solaire serait due à des anneaux météoriques éclairés.

* *Gill.* — *Six months....* Six mois à l'Ascension; récit non scientifique d'une expédition scientifique. 1 vol. Londres, 1878. (302-304).

Gledhill (*J.*). — Étoiles doubles à observer en janvier. (304-305).

Denning (*W.-F.*). — Notes sur les météores de janvier. (305-307).

Pritchett (*C.-W.*). — Nuage elliptique observé sur Jupiter du 5 au 15 juillet 1878. (307-309).

Pritchett (*C.-W.*). — Note sur la transparence de l'atmosphère à de grandes altitudes. (309-310).

Tebbutt (*J.*). — Remarques sur les éclipses du deuxième satellite de Jupiter. (311).

* *Clarke* (colonel). — *The figure....* La figure de la Terre. (*Phil. Mag.*, août 1878). (312-314).

* *Lockyer* et *Schuster.* — *The solar....* L'éclipse totale de Soleil du 6 avril 1875. (*Phil. Trans.*, 1878). (314-316).

Johnson (*R.-C.*). — Note sur son Observatoire de Bebington. (316).

* *Gyldén.* — Détermination de la parallaxe moyenne des étoiles de diverses grandeurs. (*Vierteljahrsschrift der Astr. Gesellsch.*). (317-318).

Stokes. — *An accurate....* Méthode exacte pour déterminer le rapport de dispersion des objectifs (*Proc. Roy. Soc.*, 1878). (318).

Newton (*H.-A.*). — *The origin....* L'origine des comètes. (*Amer. Journ.*, 1878, septembre). (319-322).

Marth (*A.*). — Positions du satellite de Neptune en janvier 1878. (323).

Memoranda astronomiques pour janvier et février 1878. (323-324).

Réunion de la Société Astronomique de Londres le 10 janvier 1879. (325-338).

Discussion entre MM. Neison, de La Rue, Christie, Noble et Gill sur les changements soupçonnés par le Dr Klein dans les régions de la Lune voisine de Huygens.

Discussion entre MM. Plummer, Christie, Ranyard et Noble sur les phénomènes physiques des occultations d'étoiles.

Sawyer (*E.-F.*). — Les étoiles filantes du 23 au 30 novembre 1878. (339).

* *Abney* (*W. de W.*). — *Photographic*.... Le procédé de l'émulsion en Photographie. (340-344). [J. Brett].

Gledhill (*J.*). — Étoiles doubles à observer en février. (344-345).

Denning (*W.-F.*).—Notes sur les météores de février. (345-346).

Struve (*O.*). — Remarques sur les mesures d'étoiles doubles faites à Poulkova. (347-349).

M. Struve, répondant à quelques critiques de M. Downing, explique qu'il n'a pas employé à ses mesures le micromètre à double image de M. Airy, parce que, à l'époque où cet instrument a acquis une perfection suffisante, ses mesures étaient déjà entreprises, et qu'il ne lui paraît pas prouvé qu'il soit plus exact que le micromètre à fils.

Birt (*W.-R.*). — Note sur le cratère du Dr Klein voisin de Huygens. (349-351).

Schuster (*A.*). — La couronne solaire et les anneaux météoriques. (351-352).

* *Lockyer* (*J.-N.*). — Quels sont les éléments des corps composés? (353-355).

Marth (*A.*). — Éphémérides des deux satellites extérieurs d'Uranus en février et mars 1879. (355).

Memoranda astronomiques pour février et mars 1879. (356).

Réunion de la Société Astronomique de Londres le 14 février 1879. (357-363).

Doberck (*W.*). — L'inventeur de la lunette. (364-370).

L'inventeur de la lunette est Jean Lapprey, de Middelbourg, qui obtint un privilége des États de Hollande en 1608.

Russell (*H.-C.*). — Note sur les observations astronomiques faites

dans les Montagnes Bleues, auprès de Sydney. (N.-S.-W.). (370-375).

A propos des observations à faire pour le passage de Vénus de 1874, M. Russell a transporté à la station de Woodford, située dans les Montagnes Bleues, à une altitude de 2400 pieds anglais, un équatorial de 7 ½ pouces de Merz et un spectroscope de Hilger. A l'aide de ces deux instruments, il a pu constater par des observations spectrales des lignes solaires voisines de D et par des observations sur Jupiter et des étoiles doubles la transparence extrême du ciel de ces montagnes. L'augmentation de transparence sur le ciel de Sydney est d'environ 50 pour 100. La Note de M. Russell est accompagnée d'un dessin des lignes voisines de D aux diverses heures du jour, qui montre très-bien quelles sont celles de ces lignes qui ont une origine atmosphérique.

* *Flammarion (C.)*. — Catalogue d'étoiles doubles. 1 vol. Paris, 1878. (376-380).

Gledhill (J.). — Étoiles doubles à observer en mars. (380-382).

Denning (W.-F.). — Notes sur les météores de mars. (382-383).

Downing (A.-W.).— Remarques sur les mesures d'étoiles doubles par M. O. Struve. (383-385).

Réponse aux objections que M. O. Struve avait faites à l'emploi du micromètre à double image pour la mesure des étoiles doubles. M. Downing affirme la supériorité de ce dernier sur le micromètre à fils, en invoquant le témoignage des recherches de M. Barclay à Leyton.

* *Newcomb (S.)*.—*Researches on....* Recherches sur le mouvement de la Lune. 1 vol. Washington, 1878. (386-388). [E. Neison].

* *Holden (A.-P.)*. — *The Sun-spot....* Le cycle des taches solaires. (*Metropolitan scientific Association*). (389-390).

* *Pickering*. — Rapport sur les travaux de l'Observatoire de Harvard College en 1878. (391-392).

Marth (A.). — Éphéméride des satellites d'Uranus en mars-avril 1879. (393).

Memoranda astronomiques pour mars-avril 1879. (394).

Réunion de la Société Astronomique de Londres le 14 mars 1879. (395-410).

Vive discussion entre MM. Talmage, Knott, Gill, Neison, Dunkin, Christie, lord Lindsay, etc., à propos d'une Note de M. Sadler sur quelques erreurs qui se rencon-

trent dans le *Celestial cycle* de l'amiral Smyth; la mémoire de l'amiral Smyth est défendue par tous les orateurs.

Trouvelot (*E.-L.*). — Note sur quelques taches observées sur Jupiter le 25 septembre 1878. (410-412).

* *Schmidt* (*J.-F.-J.*). — Carte de la Lune. (413-415). [J. Birmingham].

Gledhill (*J.*). — Étoiles doubles à observer en avril. (415-416).

Denning (*W.-F.*). — Notes sur les météores d'avril. (416-418).

Ellery (*R.-L.-J.*). — Spectre de η d'Argo.

* *Schmidt* (*J.-F.-J.*). — Observations d'étoiles variables. (*Astron. Nachr.*, nos 2213 à 2227). (419-420).

* *Lœwy* (*M.*). — Nouvelle méthode pour la mesure de la flexion des instruments méridiens. (*Comptes rendus*, t. LXXXVII, n° 24). (421).

* *Gaillot*. — Note sur un changement annuel de la latitude de l'Observatoire de Paris. (*Comptes rendus*, t. LXXXVII, n° 19.) (422).

Tacchini. — Visibilité de la couronne solaire en plein jour. (423-424).

Marth (*A.*). — Éphéméride des deux satellites extérieurs d'Uranus pour avril-mai 1879. (425).

Memoranda astronomiques pour mai 1879. (426). G. R.

COMPTES RENDUS HEBDOMADAIRES DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

Tome LXXXVIII; 1879, 1er semestre.

N° 16; 21 avril.

Baillaud. — Observations des phénomènes des satellites de Jupiter, faites à l'Observatoire de Toulouse en 1878. (803).



Appell. — Formation d'une fonction $F(x)$ possédant la propriété $F[\varphi(x)] = F(x)$. (807).

Soit $\varphi_{-1}(x)$ la fonction inverse de $\varphi(x)$; posons

$$\varphi_n(x) = \varphi\{\varphi[\dots\varphi(x)]\},$$
$$\varphi_{-n}(x) = \varphi_{-1}\{\varphi_{-1}[\dots\varphi_{-1}(x)]\},$$

les symboles fonctionnels φ et φ_{-1} étant employés n fois dans les seconds membres. Considérons encore une fonction rationnelle $f(u)$ d'une variable u et formons la série

$$F(x) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} f[\varphi_n(x)],$$

$f[\varphi_n(x)]$ étant ce que devient $f(u)$ quand on y remplace u par $\varphi_n(x)$. Si cette série est convergente, elle définit une fonction $F(x)$ qui possède la propriété

$$F[\varphi(x)] = F(x).$$

L'auteur applique ce procédé aux cas où l'on a $\varphi(x) = x^2, x^2 - 1$.

N° 17; 28 avril.

Jamin (J.). — Sur la lumière électrique. (829).

Gournerie (de la). — Sur des critiques relatives à des expériences entreprises pour déterminer la direction de la pression dans les arches obliques. (832).

Borchardt (C.). — Sur le choix des modules dans les intégrales hyperelliptiques. (834).

Dans les intégrales elliptiques, le module peut être défini sous deux formes différentes qui s'accordent pourtant entièrement, l'une algébrique, qui repose sur la considération des valeurs pour lesquelles s'évanouit le radical qui se trouve sous l'intégrale, l'autre transcendante, qui donne la racine carrée du module en forme de quotient de deux fonctions ϑ à argument zéro.

C'est la première de ces définitions que Richelot a étendue aux intégrales hyperelliptiques; mais les modules qu'il introduit n'ont aucune analogie, sous le point de vue transcendant, avec les modules des fonctions elliptiques.

M. Borchardt, en se bornant d'ailleurs au cas où le polynôme sous le radical ne dépasse pas le sixième degré, propose de substituer aux trois modules de Richelot trois autres modules, qui correspondent exactement, sous le point de vue transcendant, à la définition du module des fonctions elliptiques, et dont on obtient les racines carrées en divisant par le ϑ principal (ϑ_5 de M. Weierstrass) les trois fonctions ϑ, qui en dérivent par l'addition d'une demi-période réelle, et faisant ensuite l'argument égal à zéro dans les quotients.

Tempel. — Observation de la comète périodique II, 1867 (Tempel), faite par M. Tempel à l'Observatoire de Florence. (849).

Gyldén (*H.*). — Sur une nouvelle forme des coordonnées dans le problème des deux corps. (850).

En posant $t = f(u)$ dans les équations

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \mu \frac{x}{r^3} = 0, \quad \frac{d^2 y}{dt^2} + \mu \frac{y}{r^3} = 0,$$

on obtient deux équations différentielles où la variable u remplace le temps t; on peut ensuite établir entre u et r telle relation que l'on voudra; M. Gyldén examine le cas où l'on pose $f'(u) = \beta r, \beta r^2, \beta r^{\frac{1}{2}}$, β étant une constante; dans les deux premiers cas, u représente l'anomalie vraie ou l'anomalie excentrique; mais la troisième supposition est particulièrement intéressante, parce qu'elle permet d'exprimer les coordonnées du mobile en fonctions elliptiques de la variable u, liée elle-même au temps t par une équation simple.

Picard (*E.*). — Sur une classe de fonctions non uniformes. (852).

L'auteur donne le moyen de trouver un développement, valable pour tous les points du plan, d'une fonction d'une variable complexe n'admettant que trois points singuliers; sa méthode s'applique, par exemple, aux fonctions qui naissent de l'intégration de l'équation différentielle linéaire à laquelle satisfait la série hypergéométrique. Il y montre d'abord comment la substitution $z = e^{\frac{1}{y}}$ permet d'obtenir, pour une fonction n'ayant à l'intérieur d'un cercle dont l'origine est le centre qu'un seul point singulier situé à l'origine, un développement valable pour tous les points du cercle; puis, en s'aidant des recherches de M. Fuchs sur l'équation différentielle linéaire qui relie les quantités K et K′ au carré z du module de la fonction elliptique et sur la fonction z de q définie par l'égalité $q = e^{-\pi\frac{K'}{K}}$, fonction holomorphe dans le cercle de rayon égal à 1 et dont le centre est à l'origine, il parvient à la solution du problème qu'il s'est posé.

Pictet (*R.*). — Démonstration théorique et expérimentale de la définition suivante de la température : « La température est représentée par la longueur de l'oscillation calorifique des molécules d'un corps ». (855).

Bourbouze. — Sirène à régulateur électromagnétique. (858).

André (*Ch.*). — Sur un mode d'enregistrement continu de la direction du vent. (858).

N° 18 ; 5 mai.

Gournerie (de la). — Expériences pour déterminer la direction de la pression dans une arche biaise. (834).

Borchardt.—Sur les transformations du second ordre des fonctions hyperelliptiques qui, appliquées deux fois de suite, produisent la duplication. (885).

Les formules de la transformation de Landen établissent une liaison du second ordre entre des fonctions doublement périodiques au module $\frac{1-k'}{1+k'}$ et d'autres au module k. En composant les formules de Landen avec celles de la transformation imaginaire élémentaire, les fonctions doublement périodiques au module k se changent en d'autres au module k'. On parvient donc, par cette composition, à une transformation imaginaire et du second ordre qui conduit du module k' au module $\lambda = \frac{1-k'}{1+k'}$; l'expression $\frac{1-k'}{1+k'}$ ayant la propriété que, appliquée deux fois de suite, elle ramène le module primitif k', il est clair que la transformation considérée, appliquée deux fois, produit la duplication. M. Borchardt recherche l'analogue de cette propriété dans les fonctions hyperelliptiques ; la transformation à laquelle il parvient jouit de cette propriété que les modules primitifs x_1, x_2, x_3 et les modules transformés λ_1, λ_2, λ_3, modules définis par l'auteur dans la séance du 28 avril, sont liés entre eux par les équations

$$\lambda_1 = \frac{1 - x_1 + x_2 - x_3}{1 + x_1 + x_2 + x_3},$$

$$\lambda_2 = \frac{1 + x_1 - x_2 - x_3}{1 + x_1 + x_2 + x_3},$$

$$\lambda_3 = \frac{1 - x_1 - x_2 + x_3}{1 - x_1 + x_2 + x_3},$$

qui, appliquées deux fois de suite, font retomber sur le module primitif.

Mannheim (A.). — Détermination géométrique des ombilics de la surface de l'onde. (902).

Jordan (C.). — Sur l'équivalence des formes algébriques. (906).

Deux formes à n variables de degré m, à coefficients réels et complexes, sont dites algébriquement équivalentes si l'une peut être transformée dans l'autre par une substitution linéaire de déterminant 1. L'équivalence est dite arithmétique et les deux formes appartiennent à la même classe si les coefficients de la substitution sont des entiers réels ou complexes. M. Jordan démontre en général que les formes à coefficients entiers (réels ou complexes) algébriquement équivalentes à une même forme de déterminant différent de zéro ne constituent qu'un nombre limité de classes, proposition qui n'était établie que pour les formes quadratiques et les formes binaires.

Gasparis (*A. de*). — Sur le calcul des perturbations. (908).

Siacci (*F.*). — Sur un théorème de Dynamique. (909).

Lorsqu'un point parcourt une courbe plane, si l'on décompose la force en deux, l'une passant par un point fixe quelconque, l'autre suivant la tangente, la première est proportionnelle au rayon vecteur, au cube inverse de la distance p du point fixe à la tangente et à une fonction arbitraire; la seconde est proportionnelle au carré inverse de la distance p et à une autre fonction arbitraire, qui est la dérivée par rapport à l'arc de la première fonction multipliée par le rayon de courbure.

N° 19; 12 mai.

Chevreul (*E.*). — De la vision des couleurs et particulièrement de l'influence exercée sur la vision d'objets colorés qui se meuvent circulairement quand on les observe comparativement avec des corps en repos identiques aux premiers. (929).

Mouchez. — Cartes de la côte de Tunisie et de Tripoli. (950).

Gournerie (*de la*). — Sur l'histoire de la théorie de la poussée au vide dans les arches biaises. (952).

Borchardt. — Sur les transformations du second ordre des fonctions hyperelliptiques qui, appliquées deux fois de suite, produisent la duplication. (955).

La transformation hyperelliptique imaginaire et du second ordre exposée dans la séance précédente n'est pas la seule qui jouisse du caractère particulier qui est considéré par l'auteur : il existe une grande variété de ces transformations et parmi elles se trouvent un certain nombre de transformations réelles; parmi ces dernières, M. Borchardt étudie spécialement celle qui lie entre eux les résultats de Göpel et de M. Rosenhain.

Callandreau (*O.*). — Sur les moyens employés par M. Gyldén pour régler la convergence des développements trigonométriques représentant les perturbations. (960).

Gyldén. — Sur une nouvelle forme des coordonnées dans le problème des deux corps. (963).

Suite de la Communication du 28 avril. L'auteur montre comment les expressions qu'il a trouvées pour les coordonnées d'un mobile attiré vers un centre fixe, suivant la loi de Newton, s'appliquent encore lorsque l'excentricité est plus grande que l'unité et même lorsque la force est répulsive.

André (*D.*). — Développements de séc x et de tang x. (965).

Règle pour former directement les coefficients.

Mouton. — Sur deux applications de la méthode de MM. Fizeau et Foucault. (967).

JOURNAL FÜR DIE REINE UND ANGEWANDTE MATHEMATIK, herausgegeben von C.-W. BORCHARDT (¹).

Tome LXXXIV; 1878.

Frobenius. — Sur les substitutions linéaires et les formes bilinéaires. (1-63).

Dans les recherches sur la transformation des formes quadratiques en elles-mêmes, on s'est borné jusqu'à présent à considérer le cas général, et l'on n'a épuisé que pour les formes ternaires les exceptions que subissent les résultats dans certains cas spéciaux (Bachmann, t. LXXVI, p. 331; Hermite, t. LXXVIII, p. 325 du même Recueil): c'est pourquoi M. Frobenius a cherché à combler cette lacune, qui se trouve aussi bien dans la démonstration des formules qu'ont données MM. Cayley (t. XXXII, p. 119) et Hermite (t. XLVII, p. 309) pour les coefficients de la substitution que dans les réflexions faites par M. Rosanes (t. LXXX, p. 52) sur le caractère de la transformation. En remplaçant les formes quadratiques par des formes symétriques bilinéaires, l'auteur fut porté à étendre ses recherches à des formes alternées. La question relative à l'existence de représentations rationnelles analogues pour la transformation de toute forme bilinéaire à variables cogrédientes en elle-même est encore à examiner de plus près. Si la forme est générale, c'est-à-dire si toutes les racines d'une certaine équation sont toutes différentes les unes des autres, elle se prête à une telle représentation, signalée par M. Christoffel.

Quand on ne soumet préalablement à une substitution linéaire qu'une série des variables d'une forme bilinéaire, les coefficients de la forme primitive entrent dans les expressions pour les coefficients de la forme transformée tout de même que les coefficients des substitutions. Donc, la forme étant regardée comme un opérande et la substitution comme une opération qu'on lui fait subir, dans le résultat, la différence qui est entre l'opérande et l'opérateur se trouve être oblitérée, de la même manière que pour la multiplication celle qui est entre le multiplicande et le multiplicateur, ou pour le calcul des quaternions celle qui est entre un système de deux droites dans l'espace et l'opération de l'allongement et de la rotation qui fait passer un système de cette espèce dans un autre. Ces réflexions ont décidé M. Frobenius à traiter la composition des substitutions linéaires au lieu de la transformation des formes bilinéaires.

§ 1. Multiplication. — § 2. Division. — § 3. Fonctions rationnelles. — § 4. Différentiation. — § 5. Formes décomposables. — § 6. Équivalence. — § 7. Similitude. — § 8. Transformation des formes bilinéaires en elles-mêmes. — § 9. Transformation des formes bilinéaires à variables cogrédientes en elles-mêmes. — § 10. Trans-

---

(¹) Voir *Bulletin*, 2ᵉ série, t. II, p. 221.

formation des formes symétriques et des formes alternées en elles-mêmes. — § 11. Étude des cas limites. — § 12. Formes orthogonales. — § 13. Formes semblables orthogonales. — § 14. Nombres complexes.

Hermite (*Ch.*). — Sur la formule de Maclaurin. Extrait d'une Lettre à M. Borchardt. (64-69).

La fonction génératrice des sommes

$$S(x)_n = 1^n + 2^n + 3^n + \ldots + (x-1)^n,$$

savoir

$$\frac{e^{\lambda x}-1}{e^{\lambda}-1} = S(x)_0 + \frac{\lambda}{1} S(x)_1 + \frac{\lambda}{1.2} S(x)_2 + \ldots,$$

se change, lorsque l'on remplace λ par $i\lambda$ et que l'on sépare les termes réels des imaginaires, en deux égalités d'où l'on tire immédiatement les propriétés, découvertes par M. Malmsten, des polynômes $S(x)_n$. La facilité avec laquelle ces conséquences découlent de la forme trigonométrique des fonctions génératrices conduit à employer ces mêmes fonctions pour établir la formule de Maclaurin pour

$$\int_{x_0}^{x_0+h} f(x)\,dx.$$

Hermite (*Ch.*). — Sur la formule d'interpolation de Lagrange. Extrait d'une Lettre à M. Borchardt. (70-79).

« Je me suis proposé de trouver un polynôme entier $F(x)$ de degré $n-1$, satisfaisant aux conditions suivantes,

$$\begin{array}{llll}
F(a)=f(a), & F'(a)=f'(a), & \ldots, & F^{(\alpha-1)}(a)=f^{(\alpha-1)}(a),\\
F(b)=f(b), & F'(b)=f'(b), & \ldots, & F^{(\beta-1)}(b)=f^{(\beta-1)}(b),\\
\ldots\ldots, & \ldots\ldots, & \ldots, & \ldots\ldots\ldots,\\
F(l)=f(l), & F'(l)=f'(l), & \ldots, & F^{(\lambda-1)}(l)=f^{(\lambda-1)}(l),
\end{array}$$

où $f(x)$ est une fonction donnée. En supposant $\alpha+\beta+\ldots+\lambda=n$, la question est, comme on voit, déterminée, et conduira à une généralisation de la formule de Lagrange sur laquelle je présenterai quelques remarques. »

Schendel (*Léopold*). — Contribution à la théorie des fonctions. (80-84).

Schady. — Tables pour les terminaisons des nombres carrés. (85-88).

Jordan (*Camille*). — Mémoire sur les équations différentielles linéaires à intégrale algébrique. (89-215).

***Introduction.* — M. Fuchs s'est proposé (ce Journ., t. LXXXI) de déterminer les divers types d'équations linéaires du second ordre $\frac{d^2u}{dz^2}+f(z)\frac{du}{dz}+f_1(z)u=0$ dont l'intégrale générale est algébrique. A cet effet, après avoir transformé l'équa-**

tion proposée en une autre ne contenant plus la dérivée $\frac{du}{dz}$, il établit, par des considérations fondées sur la théorie des covariants, que, en désignant par x, y deux intégrales particulières de l'équation transformée, il existe une fonction entière et homogène $\varphi(x, y)$, d'un degré non supérieur à 12, qui est racine d'une équation binôme ayant pour second membre une fonction rationnelle de la variable.

M. Klein a confirmé et précisé ces résultats (*Sitzungsberichte der physikalisch-medicinischen Societät zu Erlangen*, 1876) en s'appuyant sur la détermination qu'il avait faite précédemment (*Mathematische Annalen*, t. IX) des groupes d'ordre fini contenus dans le groupe linéaire à deux variables.

Il est aisé, en effet, de se rendre compte de l'identité de ces deux problèmes.

Soit

$$\frac{d^m u}{dz^m} + f_1(z)\frac{d^{m-1}u}{dz^{m-1}} + \cdots + f_m(z)u = 0,$$

une équation différentielle linéaire ayant pour coefficients des fonctions monodromes de z. Elle a un nombre infini de fonctions intégrales, chacune d'elles étant déterminée par les valeurs que prennent la fonction et ses $m-1$ premières dérivées pour la valeur initiale de z. Ces intégrales sont toutes des fonctions linéaires de m d'entre elles, $u_1, u_2, \ldots, u_m$.

Supposons que la variable décrive un contour fermé arbitraire. Lorsqu'elle reviendra au point de départ, les fonctions $u_1, u_2, \ldots$ pourront redevenir les mêmes, ou, plus généralement, auront été transformées en $\alpha_1 u_1 + \beta_1 u_2 + \ldots, \alpha_2 u_1 + \beta_2 u_2 + \ldots$, $\alpha_1, \beta_1, \ldots, \alpha_2, \beta_2, \ldots$ étant des constantes dont le déterminant est $\gtrless 0$. L'ensemble des substitutions

$$u_1, u_2, \ldots, \quad \alpha_1 u_1 + \beta_1 u_2 + \ldots, \quad \alpha_2 u_1 + \beta_2 u_2 + \ldots,$$

correspondantes aux divers contours fermés que l'on peut tracer dans le plan, formera le *groupe* de l'équation différentielle proposée.

Si les diverses intégrales $u_1, u_2, \ldots$ satisfont à des équations algébriques ayant pour coefficients des fonctions monodromes de z, une intégrale quelconque $c_1 u_1 + c_2 u_2 + \ldots$ n'aura qu'un nombre fini de valeurs distinctes et, par suite, le groupe de l'équation ne contiendra qu'un nombre fini de substitutions. Il y a donc identité entre les deux questions suivantes :

1° Énumérer les divers types d'équations différentielles linéaires d'ordre m dont toutes les intégrales soient algébriques.

2° Construire les divers groupes d'ordre fini que contient le groupe linéaire à m variables.

Dans le Chapitre I du présent Mémoire, nous résolvons ce second problème, pour les équations du second ordre, par une méthode nouvelle et directe. Nous trouvons, d'accord avec M. Klein, qu'en dehors des groupes exclusivement composés de substitutions de la forme $|\, x, y \quad ax, by \,|$ ou de substitutions de cette forme combinées avec une substitution $|\, x, y \quad cy, dx \,|$, il n'existe que trois types de groupes d'ordre fini....

Dans le Chapitre II, nous étendons cette méthode au cas d'un nombre quelconque p de variables, et nous arrivons à ce théorème fondamental :

Tout groupe G d'ordre fini contenu dans le groupe linéaire à p variables contiendra un groupe F de substitutions de la forme

$$|\, x, y, z, \quad \ldots, \quad ax, by, cz, \ldots \,|,$$

auquel toutes ses substitutions sont permutables, et G *aura pour ordre* λf, f *étant l'ordre de* F *et* λ *un entier inférieur à une limite fixée, laquelle ne dépend que de* p.

Cette proposition, qui ne diffère que par l'énoncé de celle qu'avait trouvée M. Fuchs pour le cas où $p = 2$, peut encore se formuler comme il suit :

Théorème I. — *Si une équation différentielle linéaire*

$$\frac{d^p u}{dt^p} + A_1 \frac{d^{p-1} u}{dt^{p-1}} + \cdots + A_p u = 0$$

a toutes ses intégrales algébriques, ces intégrales s'exprimeront linéairement par les racines d'équations binômes dont les seconds membres sont des fonctions monodromes de t *et des racines d'une équation auxiliaire* $X = 0$. *Le degré de cette équation auxiliaire sera inférieur à une limite fixe.*

Dans le Chapitre III, nous traitons le cas où $p = 3$. Ces résultats, appliqués aux équations différentielles, donnent le théorème suivant :

Théorème II. — *Si l'équation linéaire du troisième ordre*

$$\frac{d^3 u}{dt^3} + A_1 \frac{d^2 u}{dt^2} + A_2 \frac{du}{dt} + A_3 u = 0$$

a ses intégrales algébriques, l'équation auxiliaire $X = 0$ *du théorème I aura pour degré* 1, 2, 3, 4, 5 *ou* 9. *Dans ce dernier cas, ce sera une équation hessienne.*

Stern. — Généralisation d'une formule de Jacobi. (216-218).

Soient, n étant entier,

$$S_n = 1^n + 2^n + 3^n + \ldots + x^n, (n, \nu) = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-\nu+1)}{1.2.3\ldots\nu};$$

on aura

$$2^{n-1} S_n = (n, 1) S_{2n-1} + (n, 2) S_{2n-3} + (n, 5) S_{2n-5} + \ldots.$$

Mehler. — Sur l'application d'une variété à quatre dimensions à la déduction de systèmes de surfaces orthogonales. (219-230).

En liant convenablement une transformation qui se fait au moyen de rayons vecteurs réciproques partant d'un centre réel à une autre prenant son origine dans un centre imaginaire, on parvient à une substitution qui, tout en faisant correspondre des éléments réels d'une figure géométrique de l'espace à des éléments imaginaires d'une autre, peut néanmoins présenter des avantages sensibles dans quelques applications. Ainsi elle peut nous fournir le moyen de passer d'un système orthogonal composé d'un faisceau de surfaces sphériques concentriques (imaginaires) et de deux faisceaux de surfaces coniques à un système de surfaces (réelles) de rotation et de leurs plans méridiens, les plans méridiens correspondant au faisceau de surfaces sphériques, les cercles parallèles aux lignes de courbure droites, les courbes méridiennes aux lignes de courbure sphériques. Le Mémoire de M. Wangerin, au Tome LXXXII de ce Journal, m'a fait reprendre la substitution mentionnée dont j'ai fait usage il y a longtemps pour rendre plus accessibles quelques calculs qu'on peut encore effectuer par d'autres procédés, et, en l'étendant à un nombre quelconque de variables, j'ai obtenu quelques résultats remarquables. En particulier,

m'appuyant sur quatre variables, j'ai réussi à tirer des coordonnées généralisées elliptiques le système étudié par M. Wangerin et, sous d'autres points de vue, par MM. Darboux et Tisserand. A la fin, je me suis aperçu de ce qu'une substitution réelle conduit à des résultats semblables, quoique non identiques.

Röthig (*O.*).— Le théorème de Malus et les équations des surfaces définies par ce théorème. (231-237).

Cayley (*A.*). — Sur la surface du quatrième ordre à seize points nodaux. (238-241).

Cantor (*G.*). — Une contribution à la théorie des variétés. (242-258).

Les recherches qu'ont faites Riemann et Helmholtz, et après eux d'autres géomètres, sur les hypothèses qui servent de fondement à la Géométrie, prennent leur point de départ de la définition d'une variété continue à n dimensions et en posent le critère essentiel dans la dépendance où sont ses éléments de n variables indépendantes réelles, continues, de telle sorte que tout élément de la variété appartient à un système admissible des $x_1, x_2, \ldots, x_n$, et *vice versa*, que tout système admissible des $x_1, x_2, \ldots, x_n$ appartient à un certain élément de la variété. En général, il résulte du raisonnement de ces recherches qu'on a admis tacitement l'hypothèse que la correspondance fondamentale des éléments de la variété et du système des valeurs $x_1, x_2, \ldots, x_n$ soit continue, c'est-à-dire telle qu'à toute variation infiniment petite du système des valeurs $x_1, x_2, \ldots, x_n$ corresponde une variation infiniment petite de l'élément correspondant, et *vice versa*. M. Cantor n'a point l'intention de trancher la question si cette supposition peut être considérée comme suffisante ou bien si elle doit être complétée par des suppositions additionnelles plus spéciales pour que la formation en vue de la notion d'une variété continue à n dimensions puisse être regardée comme à l'abri de toute contradiction et solide en soi-même; mais il se borne seulement à montrer que lorsqu'on y renonce, c'est-à-dire lorsqu'on ne restreint en aucune manière la correspondance entre la variété et ses coordonnées, alors le caractère désigné par ces auteurs comme essentiel, et qui consiste dans la dépendance mutuelle des éléments et des coordonnées, devient tout à fait illusoire, car, comme le montre la recherche, il est possible de déterminer les éléments d'une variété continue à n dimensions au moyen d'une seule variable réelle et continue t. Donc une surface continue ne se refuse pas à être mise en correspondance uniforme et complète avec une ligne continue; la même chose a lieu pour des corps continus et pour des figures quelconques à n dimensions.

Godt (*W.*). — Sur la généralisation steinérienne du problème de Malfatti. (259-263).

Hamburger. — Sur les racines de l'équation fondamentale qui appartient à un point singulier d'une équation différentielle linéaire. (264-266).

Stern.— Contribution à la théorie des nombres de Bernoulli. (267-269).

Lampe (*E.*). — Sur la généralisation d'une formule de Jacobi. Extrait d'une Lettre à M. Stern. (270-272).

Grassmann (*Hermann-Gunther*). — Application de la science de l'étendue à la théorie générale des polaires et au développement des relations algébriques. (273-283).

Ce Mémoire est le dernier travail de l'éminent savant, qui décéda avant l'impression le 26 septembre 1877.

M. Reye a développé ses idées très-fécondes sur la théorie des formes algébriques et la généralisation de la théorie des polaires dans une suite de Mémoires publiés au même Journal. Les méthodes qu'il a employées se simplifient beaucoup par les principes de la *Théorie de l'étendue* (*Ausdehnungslehre*, titre de l'Ouvrage principal et très-original de l'auteur, paru pour la première fois en 1844, pour la seconde fois en 1862), et dès lors on voit de nouvelles voies s'ouvrir dans ce domaine si difficilement accessible et pourtant si fécond.

Königsberger. — Sur des relations algébriques entre des intégrales d'équations différentielles distinctes. (284-293).

Lindemann. — Extrait d'une Lettre à M. Hermite, concernant l'application des intégrales abéliennes à la Géométrie des courbes planes. (294-297).

Hermite. — Extrait d'une Lettre à M. Lindemann. (298-299).

Lindemann. — Extrait d'une seconde Lettre à M. Hermite, concernant l'application des intégrales abéliennes à la Géométrie des courbes planes. (300-304).

Lorberg (*H.*). — Sur la loi fondamentale de l'Électrodynamique. (305-331).

§ 1. Introduction. — § 2. Application des théorèmes (1) et (2). — § 3. Application du théorème (3). — § 4. Application du théorème (4). La loi élémentaire pondéromotrice et électromotrice. — § 5. Détermination des fonctions contenues dans U. La loi fondamentale électrodynamique.

Voici le résultat de la recherche. Des suppositions principales établies au § 1 il s'ensuit que, quand on n'a pas égard à une force éventuelle électromotrice du bout d'un courant, l'action pondéromotrice et électromotrice de deux éléments de courant doit nécessairement s'effectuer d'après la loi fondamentale de Weber; de plus, que dans un courant électrique les deux électricités coulent avec des vitesses égales et opposées; enfin, à l'aide des hypothèses accessoires faites dans le dernier paragraphe, il résulte que la loi fondamentale de Weber est la seule possible.

Weber (*H.*). — Sur la surface kummérienne du quatrième ordre à seize points nodaux et sa corrélation avec les fonctions Θ de deux variables. (332-354).

« Le troisième cahier du Tome LXXXIII de ce Journal contient deux Mémoires d'un grand intérêt de MM. Cayley et Borchardt; ils se rapportent à la représentation de la surface kummérienne au moyen des fonctions Θ. L'étude de ces Mémoires me rappela une recherche sur les caractéristiques des fonctions Θ de deux variables que j'ai faite il y a longtemps, mais sans penser à aucune application géométrique. Cependant on peut en appliquer les résultats à la solution du problème en question et en tirer quelques conclusions qui ne me semblent pas dépourvues d'intérêt. »

Nous signalons surtout le résultat fort inattendu que, étant donnés six points nodaux tels qu'il n'y en ait pas quatre qui soient situés dans un plan tangent singulier, alors les dix autres peuvent être trouvés par une construction linéaire.

Mertens (*F.*). — Théorèmes sur certains déterminants et leur application à la démonstration des théorèmes de Pascal et de Brianchon. (355-359). E. L.

ANNALES DE L'OBSERVATOIRE ROYAL DE BRUXELLES; nouvelle série : Astronomie. In-4°. Bruxelles.

Tome I; 1878.

Les *Annales de l'Observatoire de Bruxelles* ont commencé à paraître en 1834, et leur publication a depuis été continuée sans interruption par les soins du fondateur de l'Observatoire, A. Quetelet. Les premiers Volumes étaient comme le résumé de l'ensemble des travaux de l'Observatoire et renfermaient des Mémoires relatifs à l'Astronomie et à la Météorologie. La série actuelle sera divisée en deux Parties : Astronomie et Météorologie, et se composera de deux publications parallèles et indépendantes. M. Houzeau a pensé avec raison que cette division était devenue nécessaire à la suite du développement pris par l'une et l'autre des sciences qui forment l'objet des études de l'établissement qu'il vient d'être appelé à diriger.

Le premier Volume des *Annales astronomiques* renferme deux importants Mémoires de M. Houzeau, ayant pour titres : *Uranométrie générale; Répertoire des constantes de l'Astronomie.*

Le mot *Uranométrie* s'applique, depuis Argelander, aux descriptions du ciel qui comprennent exclusivement les étoiles visibles à l'œil nu. La première en date est celle de Bayer (1603); puis sont venues celle d'Argelander (1843), de Heis (1872) et enfin de Behrmann (1874), qui a étendu au ciel austral les travaux de son prédécesseur. Ces divers travaux avaient l'inconvénient de n'avoir pas été produits d'un seul jet par les efforts d'un observateur unique, et manquaient de l'homogénéité indispensable à une telle œuvre. L'*Uranométrie* de M. Houzeau échappe à toutes les critiques de cette espèce. Fixé pendant quelques années à la Jamaïque, il a pu assez facilement se transporter d'un hémisphère dans l'autre et, dans un temps très-court, procéder à un examen général de toutes les étoiles visibles à l'œil nu dans l'étendue entière de la sphère céleste. Voulant procéder indépendamment de tous les travaux antérieurs, M. Houzeau a d'abord fait un dessin de toutes les étoiles visibles pour lui, avec l'indication de leurs grandeurs, et ce n'est que plus

tard qu'il les a identifiées aux Catalogues anciens. Les déterminations sont donc originales et contemporaines, deux choses importantes pour un travail de cette espèce.

Dans son Catalogue des 6000 étoiles environ qui sont visibles à l'œil nu et dans l'Atlas qui l'accompagne, l'auteur a suivi la division ordinaire de ces étoiles en six ordres ou grandeurs; mais sur les Cartes chaque grandeur a été, par une notation typographique particulière, divisée en deux. Dans ces dernières on remarquera surtout le procédé ingénieux suivi pour représenter la voie lactée et les nébuleuses; l'éclat du ciel y est figuré par des courbes d'égale intensité lumineuse, absolument comme on figure le relief du terrain par des courbes de niveau dans les Cartes topographiques, et les plaques lumineuses dans lesquelles Herschel avait cru pouvoir diviser la voie lactée deviennent ainsi remarquablement apparentes.

Nous ne pouvons suivre ici M. Houzeau dans les détails qu'il donne sur sa méthode d'estimation des grandeurs des étoiles et sur la manière dont les courbes d'égale intensité lumineuse ont été tracées, mais nous pouvons affirmer que les précautions prises et la méthode suivie ne laissent aucun doute sur l'exactitude de ces déterminations.

Comme conséquence naturelle de ce travail, le savant directeur de l'Observatoire de Bruxelles a cherché la position du pôle de la voie lactée supposée former un cercle passant par les points les plus lumineux; la position de ce point est :

Ascension droite.......	$2^h 49^m,1$	Équinoxe de 1880,0.
Déclinaison	$+27°30'0$	

Cette détermination diffère peu de celle qui a été faite par W. Struve, à la suite de ses études d'Astronomie stellaire.

Les travaux des deux Herschel, de W. Struve et d'Argelander ont mis en évidence, surtout pour les étoiles télescopiques, une loi de concentration vers la voie lactée: cette même loi existe-t-elle pour les étoiles visibles à l'œil nu? M. Houzeau montre qu'elle subsiste et qu'à partir de la trace médiane de la voie lactée la densité des couches stellaires parallèles au plan de ce grand cercle va en décroissant d'une manière graduelle et nettement caractérisée, et, résultat inattendu, l'influence de la voie lactée est plus marquée pour les étoiles des trois premières grandeurs que pour les trois suivantes. Toutefois, comme les calculs portent ici sur un très-petit nombre d'étoiles, le résultat a peut-être quelque chose de fortuit; mais la remarque n'en est pas moins singulière.

L'ensemble du Mémoire sur l'*Uranométrie* ne comprend pas moins de 117 pages; il est accompagné d'une Carte céleste en cinq feuilles.

Le second des Mémoires de M. Houzeau a, nous l'avons déjà dit, pour titre: *Répertoire des constantes de l'Astronomie;* il renferme 271 pages.

Les constantes dont les astronomes ont autrefois fait usage, celles qu'ils emploient aujourd'hui sont souvent difficiles à réunir, et la connaissance incomplète de la bibliographie relative à un sujet donné expose trop souvent à employer pour les différents éléments d'un même problème ou des nombres d'une exactitude contestable, ou même des nombres contradictoires, s'ils ne sont pas tous empruntés à la même source originale. M. Houzeau a donc fait une chose nécessaire, vraiment utile, en groupant d'une manière systématique les diverses constantes qui se rapportent à un même corps céleste et en indiquant la source originale où ces chiffres étaient puisés. Rapprochés les uns des autres, ces chiffres montrent parfois, par leur convergence vers une valeur déterminée, les progrès constants des méthodes d'observation et de calcul. D'autres fois, au contraire, le désaccord des résultats

peint aux yeux l'incertitude et même le caractère illusoire de certaines déterminations. Comment, par exemple, pourrait-on donner une idée plus juste de l'incertitude qui règne sur la parallaxe des étoiles qu'en dressant le Tableau des valeurs successives de la parallaxe attribuée à une même fixe?

Le *Répertoire* de M. Houzeau a été divisé en dix-neuf Chapitres : Astronomie sphérique; éléments des planètes connues des anciens; le Soleil; Mercure; Vénus; la Terre; la Lune; Mars; Astéroïdes; Jupiter; Saturne; Uranus; Neptune; les comètes; météorites; ensemble du système solaire; dénombrement des étoiles; caractère particulier des étoiles; relations des étoiles entre elles. Dans chaque Chapitre, des subdivisions, en nombre variable, ont été faites pour les diverses questions relatives à un même astre.

L'auteur a d'ailleurs pris soin d'indiquer d'une manière scrupuleuse le titre exact, le format, la date des Ouvrages ou Mémoires dont sont extraits les chiffres qu'il cite. Chaque Chapitre est donc une bibliographie rigoureuse des diverses questions d'Astronomie planétaire ou stellaire, et à ce point de vue le Mémoire de M. Houzeau sera consulté avec fruit par tous ceux auxquels les questions historiques ne sont point indifférentes.

Tome II; 1879.

Le Tome II des *Annales astronomiques de l'Observatoire de Bruxelles* est tout entier consacré aux observations.

Il renferme les observations faites au cercle mural et à la lunette méridienne en 1873, 1874 et 1875 dans le but de compléter le Catalogue des étoiles à mouvement propre, commencé il y a déjà plusieurs années par M. E. Quetelet, et dont la publication est, croyons-nous, prochaine. Les observations de chaque année sont d'ailleurs résumées dans un Catalogue partiel, pour lequel la position des étoiles a été réduite au 1er janvier.

Ce Volume se termine enfin par la publication des observations physiques faites par M. Niesten sur la planète Mars pendant son opposition de 1877. Le Mémoire de M. Niesten est accompagné d'une série de planches reproduisant les dessins de l'auteur et donnant l'aspect de Mars avec une vérité d'effet vraiment surprenante.

G. R.

CATALOGUE DES OUVRAGES D'ASTRONOMIE ET DE MÉTÉOROLOGIE QUI SE TROUVENT DANS LES PRINCIPALES BIBLIOTHÈQUES DE LA BELGIQUE. — 1 vol. in-8°, XXIII-645 pages. Bruxelles, 1878.

Le Volume dont nous venons de transcrire le titre a été préparé à l'Observatoire de Bruxelles par M. Lancaster, sous la direction de M. Houzeau, qui dans une préface de quelques pages indique le but qu'on s'est proposé et les moyens qui ont été employés pour l'atteindre.

Le Catalogue de la bibliothèque de l'Observatoire avait été publié une première fois en 1847, mais l'augmentation rapide du nombre des Volumes en rendait aujourd'hui une seconde édition nécessaire. Au moment de l'entreprendre M. Houzeau a pensé qu'on rendrait un service plus important aux hommes d'étude en comprenant dans ce travail, outre ce qui existe à l'Observatoire, les ressources disséminées dans les autres bibliothèques publiques ou conditionnellement accessibles de la Belgique.

Ainsi, tandis que l'Observatoire possède le plus grand nombre des Ouvrages modernes, la Bibliothèque Royale a trouvé dans le fonds Van Hulthem une grande partie de la bibliothèque de Lalande; enfin quelques bibliothèques de province sont particulièrement riches en Ouvrages des XVIe et XVIIe siècles.

Le Catalogue dressé sous l'inspiration de M. Houzeau a été essentiellement limité à l'Astronomie proprement dite et à la Météorologie, les Ouvrages de Mathématiques et de Physique en ayant été rigoureusement exclus. La classification est une classification méthodique et dans chaque section les Livres sont classés par ordre chronologique avec l'indication des établissements où ils se trouvent; une Note sur le format et la date des diverses éditions.

Pour que le lecteur puisse se rendre compte des richesses des bibliothèques belges, qui possèdent des Ouvrages que l'on ne rencontre pas dans les plus grandes collections astronomiques, et de l'importance bibliographique du Volume que nous signalons, nous reproduisons ici l'énumération des diverses divisions du Catalogue :

Histoire et littérature. — Journaux et Mémoires des Sociétés astronomiques; Histoire et Bibliographie; astronomes orientaux, grecs, latins arabes; astronomes depuis le moyen âge jusqu'à Tycho Brahe; astronomes modernes; Recueils des œuvres d'astronomes; Astrologie.

Astronomie théorique. — Traités généraux; système du monde; Astronomie sphérique, gnomonique; calendrier; calculs astronomiques; Mécanique céleste.

Astronomie pratique. — Instruments astronomiques; observatoires; observations diverses; applications à la Géographie et à l'art nautique; éphémérides et Tables.

Astronomie physique. — Lumière des astres; observation physique des astres; Physique des espaces célestes; la Terre.

Astronomie stellaire. — Astronomie stellaire en général; Sidérographie; caractères particuliers des étoiles; étoiles multiples et nébuleuses.

Météorologie générale. — Partie théorique; Sociétés, Revues et Rapports; instruments et Tables.

Météorologie spéciale. — Mécanique de l'atmosphère; chaleur et lumière, phénomènes électriques; phénomènes magnétiques.

Climatologie et observations météorologiques. — Climatologie; observations et bulletins météorologiques.

Généralités. — Dictionnaires; journaux scientifiques; Sociétés savantes.

Mathématiques et Mécanique. — Mathématiques générales et Analyse; Géométrie; science des nombres et calcul numérique; Mécanique.

Sciences géographiques. — Géographie; Géodésie; Géologie.

Sciences physiques et naturelles. — Physique et Chimie; sciences naturelles.

Par le grand nombre des Ouvrages que renferment les bibliothèques de la Belgique, le Volume dont nous venons de donner un résumé rapide forme une suite utile à la bibliographie de Lalande.

G. R.

ANNUAIRE DE L'OBSERVATOIRE ROYAL DE BRUXELLES. T. XVI. Bruxelles, chez Hayez. 45e et 46e années : 1878 et 1879.

Ces Annuaires débutent, comme les publications analogues, par un calendrier et les éphémérides astronomiques utiles aux personnes qui ne font pas profession



d'être astronomes; mais leur intérêt principal, leur droit à être signalés dans le *Bulletin* résident dans les Notices spéciales qui en sont le complément.

Dans l'Annuaire de 1878 on trouvera par exemple :

1° Une Table chronologique des découvertes en Météorologie

2° Une bibliographie sommaire des Tables arithmétiques, trigonométriques et logarithmiques.

3° Une Note sur la position géographique des six observatoires particuliers qui existent en Belgique.

4° Une Note sur les nivellements belges par le major *Adan*.

5° Une Notice sur les tempêtes d'Europe par M. *F. Van Rysselberghe*. L'auteur a résumé d'une manière claire et rapide les principes qui régissent la prévision du temps pour les côtes de la Belgique.

6° Une étude sur les orages en Belgique et des données numériques sur le climat de Bruxelles par M. *Lancaster*.

Parmi les Notices scientifiques qui terminent l'Annuaire de 1879 il faut remarquer :

1° Note sur les grandes périodes dans les mouvements des astres par M. *Houzeau*.

2° Une Notice sur les comètes par M. *C. Pilloy*. L'auteur a résumé les connaissances acquises sur ces astres par les travaux modernes.

3° Une bibliographie des Ouvrages, Mémoires et Notices de Spectroscopie qui peuvent intéresser l'Astronomie par M. *C. Fievez*. Cette Notice qui ne compte pas moins de 83 pages, et dont il existe quelques tirages à part, est des plus complètes et sera certainement utile aux spectroscopistes et aux astronomes.

G. R.

SITZUNGSBERICHTE der Königl. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften [1].

Année 1875.

Studnička (*F.-J.*). — Déduction des formules fondamentales de la Trigonométrie sphérique en partant d'un théorème sur les déterminants. (1-8).

Sallabasev (*J.*). — Sur les courbes décrites par un des sommets d'un triangle mobile (66-70.).

Studnička (*F.-J.*). — Sur *Marcus Marci* et son Traité *De proportione motus,* et en particulier, sur les lois du choc élastique. (82-87).

Rectification d'un passage de l'*Histoire des Mathématiques* de Montucla (t. II, p. 406) relatif à Marcus Marci (Jan Marck), né en 1595 à Landskron en Bohême, mort

---

[1] Voir *Bulletin*, t. VI, p. 102; t. VIII, p. 229; t. IX, p. 49.

en 1667. Il est le premier qui ait donné un Ouvrage sur le choc des corps; cet Ouvrage a pour titre : *De proportione motus, seu Regula sphygmica*, etc. A la dernière page, on lit : *Pragæ, typis Joannis Bilniæ, anno MDCXXXIX.*

Studnička (*F.-J.*). — Sur la solution d'un système de congruences linéaires. (114-116).

L'auteur donne les multiplicateurs dont il faut se servir pour réduire le problème à des congruences, à une inconnue.

Pelz (*C.*). — Contributions à la construction des coniques données par des points et tangentes à l'aide de la collinéation. (117-135).

Čubr (*E.*). — Le problème des polygones inscrits et circonscrits à des coniques. (156-162).

Les arêtes d'une pyramide régulière (*gleichseitig*) qui tourne autour de son axe engendrent un cône droit à base circulaire; les faces de la pyramide enveloppent un autre cône à même axe. L'auteur considère les sections faites par un plan quelconque dans ces cônes.

Studnička (*F.-J.*). — Sur la forme réduite des quaternions. (183-186).

Schmidt (*G.*). — Théorie du planimètre d'Amsler. (188-191).

Année 1876.

Weyr (*Em.*). — Notices sur une position particulière involutoire de deux coniques. (42-47).

Deux coniques telles que les tangentes construites aux points d'intersection passent par les points de contact de leurs tangentes communes. Une involution cubique de points étant donnée sur une conique, les côtés des triangles formés par ses groupes enveloppent une autre conique, et dans un certain cas ces deux coniques ont la position mentionnée.

Weyr (*Ed.*). — Notice relative à la théorie des fonctions elliptiques. (172-203).

Partant de l'intégrale elliptique de première espèce, l'auteur étudie la marche des fonctions sin am, cos am et Δ am.

Studnička (*F.-J.*). — Sur un rapprochement des carrés magiques avec la théorie des déterminants. (269-271).

Un carré magique à $4n$ côtés, formé d'après les règles de Moschopoulos, étant regardé comme un déterminant, sa valeur est zéro; la même chose a lieu pour ses déterminants mineurs du quatrième, du sixième ..., du $2n^{\text{ième}}$ ordre.

Année 1877.

Weyr (*Ed.*). — Sur le développement en fractions continues des irrationnelles du second degré. (65-72).

Voir *Bulletin*, t. I (2e série), p. 17.

Studnička (*F.-J.*). — Sur l'établissement de propriétés nouvelles des coefficients binomiaux, à l'aide d'un théorème sur les nombres complexes. (92-93).

En partant de ce que la norme de $(x+iy)^n$ est égale à $(x^2+y^2)^n$, l'auteur donne la formule

$$\binom{\nu}{2}=\sum_{k=1}^{j}(-1)^{k+1}\binom{n}{j-k}\binom{n}{j+k},$$

où l'on a posé $\nu=\binom{n}{j}$. De cette formule, il tire deux propriétés des coefficients binomiaux.

Studnička (*F.-J.*). — Contribution à la théorie des déterminants. (120-125).

$\Delta'=\Sigma\pm(A_{11}\ldots A_{nn})$ étant le déterminant conjugué de $\Delta=\Sigma\pm(a_{11}\ldots a_{nn})$, l'auteur rappelle les relations qui ont lieu entre les déterminants mineurs de Δ et les déterminants mineurs complémentaires de Δ'. C'est particulièrement l'équation

$$\Delta\,\Sigma(\pm a_{22}a_{33}\ldots a_{n-1,\,n-1})=\Sigma\pm(A_{nn}A_{11})$$

qu'il emploie, pour évaluer Δ à l'aide des quatre déterminants A_{11}, A_{1n}, A_{n1}, A_{nn} et du déterminant $\Sigma\pm(a_{22}a_{33}\ldots a_{n-1,n-1})$, tandis qu'en développant Δ suivant les éléments d'une ligne ou d'une colonne, on a besoin de n déterminants mineurs de degré $n-1$. L'auteur donne deux applications de sa formule : l'une relative aux fractions continues, l'autre aux déterminants de degré pair et tels que $a_{ij}=-a_{ji}$, $a_{pp}=0$.

Zahradnik (*K.*). — Lieu des points auxquels correspondent relativement à une cissoïde des triangles de contact à aire constante. (125-128).

D'un point P on mène à la cissoïde les trois tangentes ; les points de contact forment le triangle de contact dont s'occupe l'auteur.

Weyr (*Em.*). — Les courbes cubiques considérées comme courbes d'involution. (131-133).

On considère une courbe cubique comme lieu des six points d'intersection des quatre tangentes d'un groupe appartenant à une involution biquadratique de tangentes d'une conique.

†**LACROIX** (**S.-F.**).— **Éléments d'Algèbre**, à l'usage des candidats aux Écoles du Gouvernement. 24e édition, revue, corrigée et annotée conformément aux *nouveaux Programmes* de l'enseignement dans les Lycées, par M. *Prouhet*, Professeur de Mathématiques. In-8; 1879. (*Autorisé par décision ministérielle.*).... 6 fr.

†**LACROIX** (**S.-F.**). — **Complément des Éléments d'Algèbre** à l'usage de l'École centrale des Quatre-Nations. 7e édition. In-8; 1863.......... 4 fr.

LAURENT (**H.**), Répétiteur d'Analyse à l'École Polytechnique. — **Traité d'Algèbre** à l'usage des Candidats aux Écoles du Gouvernement. 3e édit., revue et mise en harmonie avec les nouveaux programmes. Deux vol. in-8; 1879.

Première Partie, à l'usage des classes de *Mathématiques élémentaires*..... 4 fr.

Seconde Partie, à l'usage des classes de *Mathématiques spéciales*........

LEFÉBURE DE FOURCY.—**Leçons d'Algèbre.** 8e édition; 1870. 7 fr. 50 c.

†**LEMONNIER** (**H.**), Docteur ès Sciences, Professeur de Mathématiques spéciales au Lycée Henri IV. — **Mémoire sur l'élimination**. In-4; 1879. 6 fr.

†**LIONNET.** — **Algèbre élémentaire**, à l'usage des Candidats au Baccalauréat ès Sciences et aux Écoles du Gouvernement. 3e édition. In-8; 1868. 4 fr.

†**ROUCHÉ** (**E.**), ancien Élève de l'École Polytechnique, *Professeur au Lycée* Charlemagne. — **Éléments d'Algèbre**, à l'usage des *Candidats au Baccalauréat* ès Sciences et aux Écoles spéciales. In-8, avec 28 fig.; 1857... 4 fr.

†**SERRET** (**J.-A.**), Membre de l'Institut. — **Cours d'Algèbre supérieure.** 4e édition. 2 forts volumes in-8; 1877-1878.......................... 25 fr.

GÉOMÉTRIE.

†**BELLAVITIS** (**G.**). — **Exposition de la Méthode des Équipollences**, traduit de l'italien par M. *Laisant*, capitaine du Génie. In-8, avec fig. dans le texte; 1874.. 4 fr. 50 c.

†**CHASLES**, Membre de l'Institut.— **Aperçu historique sur l'origine et le développement des Méthodes en Géométrie, particulièrement de celles qui se rapportent à la Géométrie moderne**, suivi d'un *Mémoire de Géométrie sur deux principes généraux de la Science, la Dualité et l'Homographie.* 2e édition, conforme à la première. Un beau volume in-4 de 850 pages; 1875..... 35 fr.

†**CHASLES.** — **Traité des Sections coniques**, faisant suite au **Traité de Géométrie supérieure.** *Première Partie.* In-8, avec 5 planches; 1865...... 9 fr.

COMPAGNON (**P.-F.**), ancien Professeur de l'Université. — **Éléments de Géométrie.** Cet Ouvrage est surtout destiné aux jeunes gens qui se préparent aux Écoles du Gouvernement. 2e édition. In-8, avec figures; 1876..... 7 fr.

COMPAGNON (**P.-F.**). — **Abrégé des Éléments de Géométrie.** Cet Ouvrage s'adresse plus particulièrement aux Élèves des différentes classes de Lettres, aux Candidats au Baccal. ès Lettres ou ès Sc., et aux Élèves de l'Enseignement secondaire spécial. 2e édition. In-8, avec fig.; 1876. (*Autorisé par le Conseil supérieur de l'Enseignement secondaire spécial*)....... 4 fr. 50 c.

†**COMPAGNON** (**P.-F.**). — **Questions proposées sur les Éléments de Géométrie**, divisées en Livres, Chapitres et paragraphes, et contenant quelques indications *Sur la manière de résoudre certaines questions.* In-8, avec figures dans le texte; 1877....................................... 5 fr.

†**CREMONA** (**L.**), Directeur de l'École d'application des Ingénieurs, à Rome. — **Éléments de Géométrie projective**; traduits par *Ed. Dewulf*, Chef de bataillon du Génie. Un beau volume in-8, 216 figures sur cuivre, en relief, dans le texte; 1875....................................... 6 fr.

FLYE SAINTE-MARIE, Capitaine d'Artillerie. — **Études analytiques sur la théorie des parallèles.** In-8, avec 8 planches; 1871 .... 5 fr.

FOLIE (**F.**), Administrateur-Inspecteur de l'Université de Liége. — **Recherches de Géométrie supérieure.** — Évolution. — Synthèse des théorèmes de Pascal et de Brianchon. — Rapport anharmonique et involution du $n^{ième}$ ordre. In-8; 1878.................................. 1 fr. 50

FOLIE (**F.**). — **Fondements d'une Géométrie supérieure cartésienne.** In-4, avec planche; 1872.. 5 fr.

†**HOÜEL** (**J.**), Professeur de Mathématiques pures à la Faculté des Sciences de Bordeaux. — **Essai critique sur les principes fondamentaux de la Géométrie élémentaire ou Commentaire sur les XXXII premières propositions des Éléments d'Euclide.** In-8, avec figures; 1867.................. 2 fr. 50 c.

TABLE DES MATIÈRES.

JUILLET 1879.

Ire PARTIE. — Comptes rendus et Analyses.

ERRATA.

FÉVRIER 1879. — *Mélanges.*

Pages.	Lignes.	
48,	12,	*au lieu de* Les théories des équations, *lisez* Les théories des solutions singulières des équations.
50,	1,	*au lieu de* de (1), l'équation, *lisez* de (1). L'équation.
51,	5,	*au lieu de* σ, *lisez* s.
55,	4 du bas.	*au lieu de* s, *lisez* σ.
56,	3,	*au lieu de* s, *lisez* σ.
56,	10,	*au lieu de* s, *lisez* σ.
56,	19,	*au lieu de* y coïncident, *lisez* y coïncident.

JUIN 1879. — *Comptes rendus et analyses.*

P. PUISEUX. — Accélération séculaire du mouvement de la Lune (Thèse soutenue devant la Faculté des Sciences de Paris), p. 249.

Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.

Le Gérant : GAUTHIER-VILLARS.

Zahradnik (*K.*). — Sur les pôles à triangles de contact relatifs à une cardioïde et d'aire constante. Relation entre le pôle et le centre de gravité du triangle de contact. (184-190).

Weyr (*Ed.*). — Sur la représentation conforme d'une surface sur une autre par projection centrale. (273-276).

Il n'y a que deux cas possibles : ou les deux surfaces sont semblables, le centre de similitude étant au centre de projection, ou bien l'une est la transformée de l'autre par rayons vecteurs réciproques, le centre de transformation étant encore au centre de projection.

Zrzavý (*F.*). — Formule simple servant à calculer, au moyen des coordonnées rectangulaires sphériques, la convergence méridienne à l'aide d'une Table auxiliaire. (278-280).

Studnička (*F.-J.*). — Sur l'expression indépendante de la dérivée $n^{\text{ième}}$ d'une puissance, dont la base et l'exposant sont des fonctions d'une variable. (368-373).

Studnička (*F.-J.*). — Nouvelles contributions au Calcul différentiel. (393-399).

Expression de la $n^{\text{ième}}$ dérivée de $\frac{\varphi(x)}{\psi(x)}$ par un déterminant de degré $n+1$. Application aux fonctions $\tang x$, $\cot x$, $\operatorname{séc} x$, $\operatorname{coséc} x$.

Ed. W.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN, begründet von H.-C. Schumacher, herausgegeben von Prof. Dr C.-A.-F. Peters. Kiel ([1]).

Tome XCIV, nos 2233-2256; 1878-1879.

Seeliger (*H.*). — Mémoire sur le théorème de Gauss relatif aux perturbations séculaires. (1-30).

Trouvelot (*L.*). — Observations du satellite extérieur de Mars, faites à son observatoire de Cambridge. (N.-S.). (29-30).

Les observations ont été faites avec un équatorial de 6,3 pouces anglais et un

([1]) Voir *Bulletin*, II_2, 156.

grossissement de 153; mais l'objet est à la limite de visibilité d'une lunette de cette ouverture.

Dreyer (*J.-L.-E.*). — L'aspect de Mars en 1877. (31-32).

Doberck (*W.*). — Note sur la distribution des étoiles rouges dans l'espace. (31-32).

Les étoiles rouges sont massées dans la région de la voie lactée.

Luther (*R.*). — Perturbations de (56) Mélété par Jupiter, de 1857 à 1879. (33-48).

Gruss (*G.*). — Éphéméride pour l'opposition de (163) Lovely en janvier 1879. (47-48).

Luther (*R.*). — Perturbations de (56) Mélété par Jupiter, de décembre 1879 à janvier 1880, et éphéméride pour l'opposition de la planète en décembre 1879. (49-52).

Upton (*Winslow*). — Éléments et éphéméride de (185) Eunike pour l'opposition de mai et juin 1879. (51-56).

Schmidt (*J.-F.-J.*). — Observations sur la couleur des étoiles. (55-64).

Plummer (*J.-J.*). — Observations de comètes, faites en 1877 à l'observatoire de Orwell Park. (65-70).

Les comètes observées sont celles de Borrelly, Winnecke, Swift, Coggia et Tempel.

Tebbutt (*J.*). — Observations de la comète d'Encke, faites en août 1878 à Windsor. (N.-S.-W.). (71-74).

Elkin. — Éléments de la comète 1854, V, d'après l'ensemble des observations du 15 janvier au 22 avril 1855. (73-80).

Bredikhine (*Th.*). — Lettre sur la queue des comètes. (79-80).

Bruhns (*C.*). — Observations de petites planètes faites à Leipzig pendant le second semestre de 1878. (81-92).

Tempel (*W.*). — Observations de la comète II de 1873 faites à Arcetri en novembre 1878. (91-94).

Gruss (*G.*). — Étude sur la constitution physique du Soleil. (93-96).

Recherches sur l'influence de la rotation du Soleil sur la température de l'atmosphère et la direction des vents.

Oppolzer (*Th. von*). — Éléments de Vulcain. (97-100).

M. Oppolzer admet comme réelles les observations de Fritsch (29 mars 1800 et 10 octobre 1802), Stark (9 octobre 1819), Decuppis (2 octobre 1839), Sidebotham (12 mars 1849), Ohrt (12 septembre 1857), Lescarbault (26 mars 1859) et Loomis (19 mars 1862). L'orbite calculée à l'aide de ces éléments lui donne un passage pour le 18 mars 1879; il prie les astronomes d'observer le Soleil à cette date.

Gore (*J.-E.*). — Note sur quelques étoiles présumées variables. (99-102).

Schmidt (*J.-F.-J.*). — Observations d'étoiles variables, faites à Athènes en 1878. (101-112).

Peters (*C.-H.-F.*). — Recherches relatives à la prétendue planète transneptunienne qui aurait été observée à Washington en 1850. (113-116).

On se souvient que, en septembre 1851, le directeur de l'Observatoire Naval de Washington fit connaître qu'une étoile observée l'année précédente par $19^h\ 19^m$ d'ascension droite et — 21° de déclinaison ne se retrouvait plus dans le ciel. M. Hind crut pouvoir déduire des positions observées que l'astre indiqué était une planète plus éloignée que Neptune. Toutefois, l'astre n'ayant pas été observé depuis, le fait était tombé dans l'oubli; mais un article du journal *Nature* vient de rappeler l'attention sur cet objet.

M. Peters, en remontant aux registres originaux des observations de Fergusson, montre qu'il y a erreur dans la désignation du fil horizontal qui a servi à la mesure des déclinaisons, qu'il faut substituer un autre couple au couple indiqué, et qu'alors toutes les positions de l'astre considéré coïncident avec la position d'une étoile de onzième grandeur observée par Lalande, Argelander, Lamont, etc.

Il n'y a donc dans les observations de Washington pour 1850 aucune preuve en faveur de l'existence d'une planète transneptunienne.

Winnecke. — Observations de la comète de Tuttle, faites en 1871 à son observatoire particulier de Karlsruhe. (117-118).

Gould (*B.-A.*). — Observations de la comète V de 1871, faites à Cordoba en janvier et février 1872. (117-122).

Doberck (*W.*). — Nouveaux éléments de 36 Andromède, Σ 73. (121-124).

Les éléments sont calculés d'après l'ensemble des observations faites de 1830 à 1877.

R.10.

Schmidt (*J.-F.-J.*). — Observations d'étoiles variables faites à Athènes en 1878. (123-128).

Tempel (*W.*). — Observations de la comète II de 1873, faites à Arcetri pendant son retour de décembre 1878. (127-128).

Niesten (*L.*). — Phénomènes des satellites de Jupiter, observés en 1878 à l'Observatoire royal de Bruxelles. (129-132).

Frölich (*O.*). — Recherches sur la vitesse de l'électricité dans les lignes télégraphiques souterraines. (133-140).

Tempel (*W.*). — Note sur la comète II de 1873. (139-142).

Schmidt (*J.-F.-J.*). — Observations de taches solaires, faites à Athènes en 1878. (141-144).

Bredikhine (*Th.*). — Mouvement de la matière cométaire sur une hyperbole convexe vers le Soleil. (143-144).

La formule est obtenue par un procédé tout à fait analogue à celui que Gauss a employé pour la recherche du mouvement sur la branche concave vers le Soleil.

Doberck (*W.*). — Observations d'étoiles doubles, faites à Markree en 1878. (145-152).

Luther (*R.*). — Observations de planètes, faites à l'équatorial de Düsseldorf pendant le second semestre de 1878. (150-156).

Gauthier (*R.*). — Éphéméride pour la troisième opposition de la comète périodique de Tempel, comète II de 1867. (157-160).

L'éphéméride a été calculée au moyen des éléments de l'opposition de 1873, modifiés par les perturbations de Jupiter de 1873 à 1879; l'action de cette planète n'est guère sensible que par un retard de trois jours dans l'époque du passage au périhélie.

Bruhns (*C.*). — Observations de petites planètes, faites à Leipzig pendant le second semestre de 1878. (161-170).

Doolittle (*C.-L.*). — Observations des satellites de Jupiter, faites à l'observatoire Sayre de l'Université de Lehigh. (171-174).

Les observations faites en septembre et octobre 1878 ont eu pour but la mesure des angles de position et des distances des satellites.

Spoerer. — Observations de taches solaires, faites en 1878 à Potsdam. (173-176).

Ceraski (*W.*). — Note sur une nouvelle étoile variable. (175-176).

L'étoile a pour position, d'après Argelander :

Ascension droite..	$21^h 9^m, 25^s$
Déclinaison........	$+67°49',5$

Gould (*B.-A.*). — Observations de la grande comète de 1874 (comète de Coggia), faites à l'Observatoire de Cordoba. (177-186).

Les observations s'étendent du 28 juillet au 18 octobre 1874; les positions des étoiles de comparaison ont été déterminées par des observations spéciales faites au cercle méridien de Cordoba.

Holetschek (*J.*). — Détermination de l'orbite de la comète VI de 1874. (185-190).

La comète découverte le 6 décembre à Marseille par M. Borrelly a été observée jusqu'au 7 janvier; M. Holetschek a pris en considération l'ensemble des observations.

Albrecht. — Remarques sur les recherches du Dr Frölich relativement à la vitesse de propagation de l'électricité. (189-192).

Palisa. — Découverte de la planète (192), faite à Pola le 17 février 1879. (191-192).

Wittstein (*A.*). — Détermination de l'orbite de la comète I de 1874. (193-200).

Le calcul est appuyé sur l'ensemble des observations faites du 20 au 25 février 1874.

Winnecke. — Observations de la conjonction de Vénus et de Mercure le 30 septembre 1877. (199-202).

Palisa (*A.*). — Observations de petites planètes, faites en 1877 et 1878 à l'Observatoire de Vienne. (203-208).

Weiss (*A.*). — Occultation des Pléiades, observée à Vienne le 10 novembre 1878.

Doberck (*W.*). — Éléments de α du Centaure. (207-208).

Krüger (*A.*). — Observations de la comète II de 1861, faites à l'héliomètre de l'Observatoire de Gotha. (209-220).

Moesta (*C.-N.*). — Note sur les variations de la température à Santiago de 1861 à 1872. (219-222).

En désignant par T la température moyenne diurne et par R le nombre relatif des taches solaires, tel que le calcule M. R. Wolf, M. Moesta trouve que l'on a

$$T = 13^{\circ},07 - 0^{\circ},003362\ R,$$

en sorte qu'il y aurait une relation simple entre les deux phénomènes.

Hall (*A.*). — Note sur les observations d'Hypérion. (221-222).

Les observations de ce satellite, faites à Washington en 1878, montrent, par leur comparaison à celles de 1874, que la ligne des apsides a un mouvement rapide. M. Hall serait heureux de recevoir des astronomes les observations qu'ils auraient faites de ce corps.

Franz (*J.*). — Observations des étoiles de comparaison du D[r] Gill. (221-224).

Stone (*Ov.*). — Note sur l'erreur personnelle dans la mesure des angles de position d'une étoile double. (223-224).

L'erreur est une fonction simple du sinus de deux fois l'angle de position.

Knorre (*V.*). — Observations de (182), faites à l'équatorial de Berlin. (223-224).

Peters (*C.-H.-F.*). — Observations de petites planètes, faites en 1878 à l'Observatoire de Hamilton College. (225-240).

Coggia. — Découverte de (183), faite à Marseille le 1[er] mars 1879. (239-240).

Schwab (*F.*). — Observations d'étoiles variables, faites en 1878 à l'Observatoire de Marburg. (241-254).

Seeliger (*H.*). — Note sur l'étude du mouvement de la ligne des nœuds à l'aide du théorème de Gauss. (253-256).

Doberck (*W.*). — Observations de l'anneau de Saturne, faites en 1879 à Markree. (255-256).

Doberck (*W.*). — Nouveaux éléments de γ Lion. (255-256).

Knorre (*V.*). — Observations de comètes et de planètes, faites en 1876 et 1877 à l'équatorial de Berlin. (257-272).

Stephan (*E.*). — Observations de (183), faites à Marseille. (271-272).

Knorre (*V.*). — Observations de planètes, faites en 1876 et 1877 à l'équatorial de Berlin. (273-286).

Strasser (*G.*). — Observation de la comète de Brorsen, faite à Kremsmünster. (287-288).

Schulze (*L.-R.*). — Remarques sur les observations de la comète de Brorsen. (287-288).

Knorre (*V.*). — Observations de planètes, faites en 1876 et 1877 à l'équatorial de Berlin. (289-300).

Gasparis (*A. de*). — Note sur les développements en série employés dans le calcul des orbites. (301-302).

Peters (*C.-H.-F.*). — Remarques critiques sur les observations de la planète intra-mercurielle. (303-304).

Strasser (*G.*). — Observations de la comète de Brorsen, faites à Kremsmünster. (303-304).

Knorre (*V.*). — Observations de planètes, faites en 1876 et 1877 à l'équatorial de Berlin. (305-314).

Helmert. — Recherches sur la détermination géodésique des coordonnées géographiques. (313-320).

Peters (*C.-H.-F.*). — Découverte de la planète (194), faite à Clinton le 22 mars 1879. (319-320).

Peters (*C.-H.-F.*). — Remarques critiques sur les observations de la planète intra-mercurielle. Ire Note. (321-336).

Le but que se propose M. Peters dans cette Note est de prouver que l'on ne doit avoir qu'une très-faible confiance dans les observations des passages supposés de la planète Vulcain. L'auteur s'attache donc à faire une critique rigoureuse, non pas des centaines d'observations de ce phénomène que l'on trouverait dans les Recueils astronomiques, mais de celles qui ont paru probables à Le Verrier et qu'il a employées dans ses calculs, et de celles de MM. Watson et Swift pendant la dernière éclipse totale.

Pour l'observation de M. Watson, M. Peters établit que les procédés de mesure sont trop peu rigoureux pour prouver que le corps aperçu n'est pas θ de l'Écrevisse. Si en effet on admet, avec M. Watson lui-même, que le premier corps observé (a) est ζ de l'Écrevisse, et qu'on rapporte la position du second (b) à la position de cette dernière étoile, on arrive à une situation très-voisine de θ de l'Écrevisse, et le directeur de l'Observatoire de Clinton montre que les incertitudes des observations sont telles, que cette assimilation doit être admise. En admettant même que le corps signalé par M. Watson soit réellement Vulcain, M. Peters montre que, d'après son éclat, sa masse serait trop faible pour produire l'effet que Le Verrier

attendait de cette planète. Suivant Le Verrier, la masse de ce corps doit être comparable à celle de Mercure, et alors, à des distances de 2 ou 3 degrés du Soleil, il serait environ quatre fois plus brillant que Vénus en quadrature. Il paraît enfin inadmissible à M. Peters qu'un corps de cette dimension ait pu échapper depuis cinquante ans aux recherches de Schwabe, de Carrington, du P. Secchi, de Spoerer, etc., qui ont étudié si attentivement les taches solaires.

Quant aux cinq observations admises comme vraies par Le Verrier, M. Peters pense :

1° Que l'observation de Fritsch (octobre 1802) est erronée;

2° Que l'observation du jeune jésuite de Cuppis (octobre 1839) ne saurait être exacte, car il devrait avoir immédiatement fait part de sa remarque à de Vico; alors on aurait une bonne observation du corps, faite par un astronome habile;

3° Que l'observation de Sidebotham (mars 1849) lui paraît bien incomplète pour mériter confiance;

4° Que l'observation de Lescarbault (mars 1859) a été trop discutée pour qu'il soit utile d'y revenir;

5° Que l'observation de Loomis (mars 1862) se rapporte à une tache solaire; ce dernier point est rigoureusement prouvé par la comparaison de l'observation de Loomis avec les observations de taches solaires faites à la même époque par M. Peters lui-même et par M. Spoerer.

Tempel (*W.*). — Observations de la comète de Brorsen, faites à Arcetri. (335-336).

Konkoly (*N. von*). — Notes sur le spectre de la comète de Brorsen. (335-336).

Peters (*C.-H.-F.*). — Remarques critiques sur les observations de la planète intra-mercurielle. Deuxième partie. (337-340).

M. Peters signale les discordances considérables qui existent entre les diamètres donnés à la prétendue planète Vulcain lors de ses passages devant le Soleil et en déduit un nouvel argument contre son existence réelle. L'auteur montre également que l'existence d'un anneau d'astéroïdes intérieur à Mercure est tout à fait improbable.

Reste alors la nécessité d'expliquer l'accroissement de 38 secondes que Le Verrier a dû donner au mouvement du grand arc de Mercure pour représenter les passages anciens. Suivant M. Peters, ce nombre, établi d'après la considération d'observations de passage qui ne sont pas fort exactes, pourrait être théoriquement retrouvé, en grande partie au moins, en augmentant la masse de Vénus et en tenant compte de quelques termes que l'éminent directeur de l'Observatoire de Paris a cru pouvoir négliger.

Waldo (*L.*). — Observations des satellites de Saturne, faites en 1878 à Providence. (339-350).

L'Observatoire de Providence a été construit en 1878 par M. E. Seagrave; son instrument principal est un équatorial de 8 pouces par Alvan Clark; les observations sont faites par M. F.-E. Seagrave.

Wittstein (*A.*). — Éphéméride de la comète de Brorsen pour avril et mai 1879. (351-352).

Schur (*W.*). — Observations héliométriques d'étoiles doubles, faites en 1875 et 1876 à l'Observatoire de Strasbourg. (353-376).

Winnecke. — Observations de la comète de Tempel, faites à Strasbourg en novembre 1878. (375-376).

Waldo (*L.*). — Observations des satellites de Saturne, faites en 1878 à Providence. (377-380).

Todd (*D.-P.*). — Observations des éclipses des satellites de Jupiter, faites à Washington en 1877-1878. (379-384).

Hall (*A.*). — Observation du satellite de Sirius, faite à Washington. (383-384).

Gasparis (*A. de*). — Note sur le développement de l'inverse du cube du rayon vecteur dans la fonction perturbatrice. (383-384).

G. R.

COMPTES RENDUS HEBDOMADAIRES DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

Tome LXXXVIII; 1879.

N° 20; 19 mai.

Mouchez. — Observations méridiennes des petites planètes, faites à l'Observatoire de Greenwich (transmises par l'Astronome Royal M. *G.-B. Airy*) et à l'Observatoire de Paris pendant le premier trimestre de l'année 1879. (995).

Resal (*H.*). — Sur la résistance des chaudières elliptiques. (997).

Ledieu (*A.*). — Raisons formelles de la supériorité économique des machines Woolf ou Compound. (1003).

Jordan (*C.*). — Sur les caractéristiques des fonctions Θ. (1020).

Appell. — Sur les fonctions telles que

$$F\left(\sin\frac{\pi}{2}x\right) = F(x)$$

(1022).

L'auteur a communiqué, dans la séance du 21 avril, un procédé qui permet de former des fonctions $F(x)$ vérifiant la relation

$$F[\varphi(x)] = F(x);$$

dans la Communication actuelle, il indique les modifications à la méthode générale qui permettent de simplifier le calcul dans le cas où $\varphi(x) = \sin\frac{\pi}{2}x$.

Picard (E.). — Sur une propriété des fonctions entières. (1024).

M. Picard désigne sous ce nom les fonctions qui sont uniformes et continues sur tout le plan; si $f(x)$ est une telle fonction, il peut se faire que, pour une valeur particulière a, l'équation $f(x) = a$ n'ait aucune racine finie; M. Picard démontre que cela ne peut arriver que pour une seule valeur a; une fonction entière qui ne deviendrait jamais égale à a ni à b serait nécessairement une constante.

Escary. — Sur les fonctions introduites par Lamé dans la théorie analytique de la chaleur, à l'occasion des ellipsoïdes de révolution. (1027).

N° 21; 26 mai.

Desains (P.). — Sur la réfraction de la chaleur solaire. (1047).

Lœwy et *Le Clerc.* — Détermination de la différence de longitude entre Paris et Berlin. (1055).

Tresca. — Sur la distribution du travail à distance au moyen de l'électricité. (1061).

Jordan (C.). — Sur les caractéristiques des fonctions Θ. (1068).

Duport. — Sur une nouvelle représentation des quantités imaginaires. (1071).

Dans le procédé indiqué par M. Duport, un point imaginaire d'un plan $x = \alpha + pi$, $y = \beta + qi$ est représenté par la droite réelle de l'espace $x = \alpha - qz$, $y = \beta + pz$. De cette façon, une courbe plane est représentée par une congruence de droites, une droite est représentée par une congruence linéaire, etc.

Schering (E.). — Nouvelle démonstration de la loi de réciprocité. (1073).

Le Paige. — Sur le développement en série de cot x. (1075).

Soret. — Sur la fluorescence des sels des métaux terreux. (1077).

Mouton. — Sur la détermination des longueurs d'onde calorifique. (1078).

Decharme. — Sur un mode particulier de transmission des sons à distance. (1082).

N° 22; 2 juin.

Jamin. — Sur l'impénétrabilité magnétique du fer. (1099).

Cornu (A.). — Sur la limite ultra-violette du spectre solaire. (1101).

Mannheim. — Sur un mode de transformation des surfaces réglées. (1129).

Ce mode de transformation, qui s'applique non-seulement aux surfaces réglées, mais à tous les ensembles de droites, consiste à faire tourner chaque génératrice G de 90° autour d'un point fixe o, dans le plan qui passe par o et par G. M. Mannheim donne diverses propriétés des surfaces transformées; par exemple, *la transformée d'une surface développable est telle, qu'un plan passant par o et une génératrice touche cette transformée et lui est normal en des points qui comprennent un segment vu du point o sous un angle droit. Aux points d'une trajectoire orthogonale des génératrices d'une surface réglée correspondent les points d'une trajectoire orthogonale des génératrices de la surface transformée. Un pinceau de normales à une surface a pour transformée un pinceau de normales.*

Tacchini. — Observations solaires pendant le premier trimestre de l'année 1879. (1131).

Decharme. — Disposition nouvelle propre à augmenter la sensibilité de la plaque vibrante du téléphone. (1132).

N° 23; 9 juin.

Faye. — Observations chronométriques pour la marine marchande. (1143).

Phillips. — Du spiral réglant, sphérique des chronomètres. (1147).

Tempel. — Observations de la comète II, 1867, faite à l'Observatoire de Florence. (1178).

Mannheim. — Transformation d'un pinceau de normales. (1179).

Suite de la Communication de la séance du 2 juin. L'auteur applique son procédé de transformation aux normales à l'ellipsoïde; la surface qui correspond ainsi à l'ellipsoïde est une surface de l'onde; M. Mannheim montre comment on peut déduire de là une construction plane qui donne les centres de courbure principaux et les plans des sections principales de la surface de l'onde, connaissant les éléments analogues pour l'ellipsoïde.

Darboux (G.). — De l'emploi des fonctions elliptiques dans la théorie du quadrilatère plan. (1183).

M. Darboux a publié dans le *Bulletin*, t. III, 2e série, p. 109, un Mémoire détaillé sur ce sujet.

Saint-Germain (A. de). — Sur les développements en séries dont les termes sont des fonctions Y_n de Laplace. (1186).

L'auteur montre comment on peut compléter la démonstration de Poisson.

Mouton. — Sur les lois de la dispersion. (1192).

Lamansky. — Sur la loi de Stokes. (1192).

Rosenstiehl. — Sur les spectres d'absorption de l'alizarine et de quelques matières colorantes qui en dérivent. (1194).

N° 24; 16 juin.

Mouchez. — Envoi de l'heure de l'Observatoire de Paris aux ports de commerce pour le réglage des chronomètres. (1227).

Tisserand. — Sur le développement de la fonction perturbatrice dans le cas où, les excentricités étant petites, l'inclinaison mutuelle des orbites est considérable. (1229).

Phillips. — Du spiral réglant sphérique des chronomètres. (1234).

Becquerel (E.). — Observations relatives à une Note de M. Lamansky, ayant pour titre *Sur la loi de Stokes*. (1237).

Borrelly. — Observation de la planète (198), découverte à l'Observatoire de Marseille. (1248).

Mannheim. — Sur la surface de l'onde et sur la transformation d'un pinceau. (1248).

Suite des Communications du 5 et du 9 juin.

Darboux (*G.*). — De l'emploi des fonctions elliptiques dans la théorie du quadrilatère plan. (1252).

Pepin (*P.*). — Théorèmes d'Analyse indéterminée. (1255).

Ces théorèmes forment la suite de ceux qui ont été communiqués dans la séance du 12 janvier 1874; ils établissent l'existence de cas fort nombreux où l'équation $ax^4+by^4=z^2$ est impossible en nombres rationnels et se rapportent à des cas où, aucun des nombres a, b n'étant égal à un carré, la méthode de Fermat n'est pas applicable.

Saint-Loup. — Expériences sur la résistance opposée par l'air au mouvement d'une surface. (1257).

Duter. — De la dilatation électrique des armatures des bouteilles de Leyde. (1266).

Righi. — Sur la dilatation du verre des condensateurs pendant la charge. (1262).

N° 25; 23 juin.

Cornu (*A.*). — Sur l'absorption par l'atmosphère des radiations ultra-violettes. (1285).

Faye. — Remarques à l'occasion d'une Note de M. l'amiral Mouchez sur le réglage des chronomètres dans les ports de commerce. (1291).

Sylvester. — Sur une propriété arithmétique d'une certaine série de nombres entiers. (1297).

Nommons le nombre de termes distincts qui figurent dans le développement d'un déterminant gauche son *dénumérant*. Soit

$$[1.3.5,\ldots(2n-1)]\,u_n$$

le dénumérant d'un déterminant gauche de l'ordre $2n$. On aura pour u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6... les valeurs successives 1, 2, 8, 50, 418, 4348, ..., et en général,

$$u_x=(2x-1)\,u_{x-1}-(x-1)\,u_{x-2}.$$

Soit $\theta\left(\frac{2x+1}{8}\right)$ l'entier le plus proche, en excès ou en défaut de $\frac{2x+1}{8}$, *le plus grand commun diviseur à* u_x, u_{x+1} *est égal au nombre* 2, *élevé à la puissance* $\theta\left(\frac{2x+1}{8}\right)$.

Ledieu. — Application inexacte d'un théorème de Mécanique, faite

par MM. Bertin et Garbe pour expliquer le mouvement des ailettes du radiomètre. (1298).

Cruls. — Sur les positions de la comète Tempel II, 1867, déduites des quatre premières observations faites à l'Observatoire impérial de Rio de Janeiro. (1311).

Gyergyószentmiklos (*D. de*). — Résolution des systèmes de congruences linéaires. (1311).

Si l'on considère *n* congruences linéaires avec *n* variables par rapport à un même module *m*, il est aisé de trouver des formules qui donnent toutes les valeurs possibles des inconnues qui peuvent satisfaire à ces congruences; l'auteur s'occupe de distinguer réciproquement dans quel cas les valeurs trouvées conviennent réellement.

Saint-Germain (*de*). — Addition à une Note précédente sur la série de Laplace. (1313).

Pictet (*R.*). — Étude de la constitution moléculaire des liquides au moyen de leur coefficient de dilatation, de leur chaleur spécifique et de leur poids atomique. (1315).

Oltramare (*G.*). — Explication du bolide de Genève du 7 juin 1879. (1319).

N° 26; 30 juin.

Lamansky. — Sur la loi de Stokes. Réponse à M. Edm. Becquerel. (1351).

Becquerel (*E.*). — Observations relatives à la Communication de M. Lamansky. (1352).

BULLETINS DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES, DES LETTRES ET DES BEAUX-ARTS DE BELGIQUE. 47e année, 2e série. Bruxelles, F. Hayez, 1878.

Tome XLV; janvier à juin 1878.

Terby (*F.*). — Études sur la planète Mars (XIe Notice). (33-40).

Quetelet (*E.*). — Recherches sur les mouvements de l'aiguille aimantée à Bruxelles. (80-84).

Douny (*F.*). — Note sur la liquéfaction des gaz. (85-87).

Folie (*F.*). — Deuxième Note sur l'extension de la notion du rapport anharmonique. (88-93).

Expression des conditions pour que trois systèmes de trois points forment une involution du troisième ordre, au moyen du rapport anharmonique du troisième ordre.

Le Paige (*C.*). — Sur quelques théorèmes de Géométrie supérieure. (93-96).

Applications de la théorie des rapports anharmoniques d'ordre supérieur à la théorie des courbes, en particulier des cubiques et des quartiques.

Saltel (*L.*). — Note sur les nouveaux développements que comporte l'application de la méthode de correspondance analytique. (102-106).

Cette méthode, dit l'auteur, s'applique même à des cas particuliers des problèmes généraux traités par lui dans ses publications antérieures.

Van der Mensbrugghe (*G.*) et *Folie* (*F.*). — Rapport sur le Mémoire de M. C. Lagrange : « De l'origine et de l'établissement des mouvements astronomiques ». (148-154).

Analyse *critique* de ce Mémoire, qui sera publié dans les Recueils in-4° de l'Académie.

Folie (*F.*). — Rapport sur le Mémoire de M. E. Catalan : « Remarques sur la théorie des moindres carrés. » (156-158).

Analyse *critique* de ce Mémoire, qui sera publié dans les Recueils in-4° de l'Académie.

Folie (*F.*). — Rapport sur le Mémoire de M. C. Le Paige : « Sur quelques applications de la théorie des formes algébriques à la Géométrie. » (158-166).

Ghysens (*E.*). — Sur quelques formules de Géométrie et leur application aux courbes algébriques. (231-249).

Catalan (*E.*). — Rapport sur ce Mémoire. (154-155).

Extension aux points multiples des courbes des propriétés établies pour les points ordinaires dans des Notes antérieures.

Montigny (*C.*). — Recherches sur les changements de couleur qui caractérisent la scintillation des étoiles de teinte rouge et orangée ou du troisième type. (391-401).

Conclusion : ces changements sont soumis à des lois.

Sautreaux (*Félix*). — Démonstration de deux théorèmes analogues en Géométrie de l'espace à celui de Pascal en Géométrie plane; essai de réponse à une question posée en 1825 à l'Académie de Bruxelles. (426-430).

Folie (*F.*). — Rapport sur ce Mémoire. (370-371).

Plateau (*J.*). — Rapport sur le Mémoire de M. Van der Mensbrugghe : « Études sur les variations d'énergie potentielle des surfaces liquides. » (574-577).

Tome XLVI; juillet à décembre 1878.

Houzeau (*J.-C.*). — Rapport sur trois Mémoires de Géodésie de M. le major Adan. (6-11).

Analyse *critique* de ces Mémoires, qui seront publiés dans le Recueil in-8 de l'Académie.

Folie (*F.*). — Addition à notre Rapport sur la Note de M. Sautreaux. (14-17).

Au fond, le théorème de M. Sautreaux n'est pas neuf et peut être démontré plus simplement.

Montigny (*C.*). — De l'influence des aurores boréales sur la scintillation des étoiles, particulièrement pendant les soirées du 5 avril 1870 et du 1er juin 1878. (17-42).

L'accroissement de scintillation était dû, dans ces deux cas, à un refroidissement de l'air concomitant de l'aurore boréale.

Saltel (*L.*). — Mémoire sur la classification arguesienne des courbes gauches algébriques, ou extension à ces courbes du principe arguesien. (90-123).

Folie (*F.*). — Rapport sur ce Mémoire. (11-13).

Étude de la transformation définie par les équations $xx' = yy' = zz' = tt'$ entre les coordonnées tétraédriques $(xyzt)$ $(x'y'z't')$ de deux courbes gauches.

Folie (*F.*). — Principes de la théorie des faisceaux. (193-203).

Si l'on élimine $\alpha\beta\gamma$ entre les équations $\varphi(x, y, \alpha, \beta, \gamma) = 0$, $\chi(x, y, \alpha, \beta\, \gamma) = 0$, $\psi(x, y, \alpha, \beta, \gamma) = 0$, $\omega(x, y, \alpha, \beta, \gamma) = 0$, on obtient l'équation d'un lieu passant par les points communs aux courbes φ, χ, ψ, ω. Ce principe généralisé, appliqué à des faisceaux de droites, est très-utile dans la théorie des courbes supérieures. On en déduit, par exemple, que le lieu des points triples des rayons homologues de trois faisceaux homographiques est une cubique quelconque. Voir aussi l'Ouvrage intitulé : *Éléments de la théorie des faisceaux*, par F. Folie. Bruxelles, F. Hayez, 1878, 112 p. in-8.

Le Paige (*C.*). — Sur les points multiples des involutions supérieures. (247-259).

Folie (*F.*). — Rapport sur ce Mémoire. (191-192).

Étude des points doubles d'une involution du troisième ordre et de troisième classe.

Montigny (*C.*). — Disposition expérimentale appliquée à l'étude des étoiles colorées. (328-333).

Plateau (*J.*). — Sur une loi de persistance des impressions dans l'œil. (334-378).

Folie (*F.*). — Restitution de priorité en faveur de M. Catalan. (379-380).

Deux des théorèmes donnés par M. Folie en 1877 (*Bull.*, t. XLIV, p. 182) appartiennent à M. Catalan (*Nouvelles Annales de Mathématiques*, 1852, p. 173). Les conséquences que M. Folie en a déduites pour les coniques et ses remarques sur la possibilité d'une extension aux courbes supérieures lui appartiennent en propre. Les théorèmes de M. Catalan se trouvent aussi dans son Cours autographié (1848) d'*application de l'Algèbre à la Géométrie*, § 569-572.

Montigny. — Recherches sur les variations de la scintillation des étoiles selon l'état de l'atmosphère. (598-635).

« C'est la présence de l'eau en quantité plus ou moins grande dans l'atmosphère qui exerce l'influence la plus marquée sur la scintillation et qui en modifie le plus les caractères, selon cette quantité, soit quand l'eau se trouve dissoute en vapeur dans l'air, soit quand elle tombe au niveau du sol à l'état liquide, ou à l'état solide sous forme de neige. »

Van der Mensbrugghe (*G.*). — Sur une nouvelle application de l'énergie potentielle des surfaces liquides. (635-643).

Explication des phénomènes que présentent les lames liquides étudiées par Savart en 1833 (*Annales de Chimie et de Physique*, t. LIV, p. 55; Paris, 1833).

Le Paige (*C.*). — Sur certains covariants d'un système cubo-biquadratique. (765-770).

Folie (*F.*). — Rapport sur ce Mémoire. (596-598).

Expression en fonction entière et rationnelle des trois covariants fondamentaux, d'un covariant gauche d'un système cubo-biquadratique, auquel conduit l'étude des points doubles de l'involution de troisième ordre et de troisième classe. Expression de l'invariant du dixième ordre d'une forme sextique binaire dont la réduction à zéro exprime que les six points représentés par la forme sont conjugués harmoniques du troisième ordre.

Folie (*F.*) et *De Tilly* (*J.*). — Rapports sur une question de concours relative à l'involution. (856-860; 860-861).

Van Rysselberghe (*F.*). — Description d'un régulateur parabolique, rigoureusement isochrone, et dont on peut faire varier à volonté le régime. (883-892).

Folie (*F.*). — Rapport sur ce Mémoire. (878-879).

Régulateur très-simple, parfait géométriquement, mais assez compliqué au point de vue mécanique.

Mansion (*P.*). — Théorème relatif à un déterminant remarquable. (892-899).

Catalan (*E.*). — Rapport sur ce Mémoire. (879).

Voir *Nouvelle Correspondance mathématique*, t. IV, p. 103-111, ou *Messenger of Mathematics*, 2e série, t. VII, p. 81-82, d'autres démonstrations de ce théorème.

Mansion (*P.*). — Sur l'élimination. (899-908).

Catalan (*E.*). — Rapport sur ce Mémoire. (880-881).

Principe fondamental d'une théorie nouvelle de l'élimination. (Voir *Comptes rendus*, t. LXXXVII, p. 975-978).

Catalan (*E.*). — Sur les hexagones de Pascal et de Brianchon. (946-949).

Houzeau (*J.-C.*). — Sur certains phénomènes énigmatiques de l'Astronomie. (951-966).

Pourquoi le Soleil et la Lune paraissent-ils plus grands près de l'horizon? Qu'est-ce que le (pseudo?) satellite de Vénus, vu sept fois de 1645 à 1764? Comment Herschel a-t-il pu voir Saturne sous forme quasi rectangulaire? Comment expliquer les changements de forme et les non-réapparitions de la comète de Biela? Quelle est la cause des brouillards secs de 1783, 1821, 1822? Qu'est-ce que la lumière zodiacale?

JOURNAL FÜR DIE REINE UND ANGEWANDTE MATHEMATIK, HERAUSGEGEBEN VON C.-W. BORCHARDT (¹).

Tome LXXXV; 1878.

Fuchs (*L.*). — Sur les équations différentielles linéaires du second ordre qui possèdent des intégrales algébriques. Second Mémoire. (1-25).

« Dans mon Mémoire (même Recueil, t. 81), j'ai étudié la question : « Dans quelles » circonstances une équation différentielle linéaire du second ordre possède-t-elle » des intégrales algébriques? » et je l'ai ramenée à celle-ci : « Quand arrive-t-il que » certaines équations différentielles linéaires, qui se dérivent de l'équation proposée » par un procédé uniforme et dont le nombre d'ordre n'est pas supérieur à douze, » puissent être satisfaites par des racines de fonctions rationnelles? » En introduisant à cet effet la notion de forme première, j'y ai montré que le degré des formes premières de degré minimum ne surpasse en aucun cas le douzième. Les desseins que j'avais alors en vue n'exigeaient pas de réduire au plus petit nombre les genres possibles de ces formes premières. C'est pourquoi je m'y suis borné à celles de ces réductions qui s'obtiennent comme conséquence immédiate de la notion de ces formes, et je les ai réunies dans un Tableau.

» Depuis, MM. F. Klein et C. Jordan se sont occupés du même sujet. En particulier, M. Klein a publié une suite de Mémoires en partie dans les *Comptes rendus des séances de la Société physico-médicale d'Erlangen*, en partie dans les *Annales mathématiques de Leipzig*, où il a étudié les propriétés des équations algébriques dont les racines satisfont des équations différentielles linéaires du second ordre et où il a soumis à une réduction mon Tableau que je viens de mentionner.

» Récemment, M. Gordan a encore réussi (*Annales*, t. XII) à résoudre, pour des formes binaires, le problème proposé dans l'Introduction de mon Mémoire cité ci-dessus, et qui était de déterminer les formes de degré n dont les covariants de degré inférieur à n s'évanouissent identiquement, et il a de plus montré qu'elles coïncident avec mes formes premières du plus petit degré.

» Une Note du P. Pepin (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences de Paris*, juin 1876) me donna lieu de démontrer (même Recueil, juillet 1876) que les formes premières du plus petit degré montent aussi effectivement jusqu'au douzième degré.

» Dans ce nouveau Mémoire, je me permets de montrer que, pour gagner une base naturelle pour tous les problèmes relatifs aux équations différentielles en question, il suffit de poursuivre d'une manière conséquente la théorie des formes premières, où l'on ne considère pas seulement les formes du plus petit degré, mais plutôt la totalité de ces formes. C'est ainsi qu'on obtient les résultats de mon Mémoire antérieur de la manière la plus simple; mais d'ailleurs on en tire de prime abord les façons définitivement possibles des formes premières du plus petit degré, et enfin on reconnaît des propriétés nouvelles des équations différentielles linéaires qui sont

(¹) Voir *Bulletin*, III_2, 108.

satisfaites par les racines d'équations algébriques, de même que la forme de ces équations. »

Schroeter (H.). — Sur un hyperboloïde particulier à une nappe. (26-79).

Il y a cinquante ans que Steiner (*Journal de Crelle*, t. 2) a attiré l'attention des géomètres sur une surface particulière du second ordre, surface qui a deux de ses génératrices normales aux sections circulaires, et, dans son Ouvrage principal (*Systematische Entwickelung der Abhängigkeit geometrischer Gestalten*), il revient plusieurs fois à cette surface engendrée par deux faisceaux projectifs de plans dont les plans correspondants sont perpendiculaires les uns aux autres. Peu d'années après, le même hyperboloïde particulier à une nappe se présenta dans un Mémoire de M. Chasles comme lieu des points tels que leurs distances à deux droites fixes non situées dans un plan aient un rapport constant. Quoique l'illustre auteur désigne lui-même ce travail comme « un exercice sur la méthode purement géométrique » (*Journal de Liouville*, t. I, 1836), il ne fait que montrer que le lieu cherché contient deux certaines droites et un cercle, et après cela il raisonne comme suit: « Or ce lieu sera évidemment une surface du second degré, parce que la formule de Géométrie analytique qui donne le carré de la distance d'un point à une droite contient les coordonnées de ce point au second degré; ce lieu sera donc un hyperboloïde à une nappe, etc. » Un tel raisonnement ne saurait contenter ceux qui se piquent de traiter la question d'après la méthode purement synthétique. Peut-être cette lacune a-t-elle été remplie depuis longtemps; moi, je ne me suis aperçu que d'un travail publié depuis peu par M. Schönflies (*Synthetisch-geometrische Untersuchungen über Flächen zweiten Grades*; Berlin, 1877), et qui ramène la démonstration en question au théorème que toutes les droites qui rencontrent deux droites fixes non situées dans un plan et qui sont parallèles aux génératrices d'un cône forment un hyperboloïde. Cependant on n'a pas besoin de recourir au cône, comme nous le démontrerons; mais une simple construction linéaire conduit à l'hyperboloïde et en fait saillir les propriétés caractéristiques.

La relation qu'il y a entre l'hyperboloïde particulier à une nappe et les deux droites fixes offre une double analogie avec la figure correspondante dans le plan. On sait que dans le plan le lieu d'un point dont les distances à deux points fixes ont un rapport constant est une circonférence dont le centre est situé sur la droite entre les deux points et pour laquelle ces points mêmes forment un couple de points conjugués. Pareillement, dans la figure de l'espace, la droite qui comprend la plus courte distance des deux droites fixes données est un axe principal de l'hyperboloïde, savoir, celui par lequel passent les deux sections circulaires, et les deux droites fixes sont un couple de rayons conjugués par rapport à l'hyperboloïde. Cette propriété perce déjà dans le Mémoire de M. Chasles et a été mise en pleine lumière par M. Schönflies. Mais la figure de l'espace présente encore une seconde analogie qui ne semble pas avoir été aperçue jusqu'à présent. Dans le plan, le lieu d'un point dont les distances à un point fixe et à une droite fixe sont dans un rapport constant est une section conique pour laquelle le point fixe est un foyer et la droite fixe la directrice correspondante (polaire de ce foyer). Or, dans un foyer, les couples de rayons conjugués qui passent par lui forment une involution de rayons orthogonaux. Pareillement, dans la figure de l'espace, les deux droites fixes forment un couple particulier de rayons conjugués (polaires réciproques) par rapport à l'hyperboloïde: car, pour chacun de ces rayons, les couples de plans conjugués qui passent par lui forment un couple de plans orthogonaux. Cette propriété peut être envisagée

en quelque sorte comme application de la propriété fondamentale des foyers des sections coniques aux surfaces du second ordre. Cependant il se présente ici une différence essentielle entre la figure dans le plan et celle dans l'espace. Tandis que toute section conique possède un tel couple de pôle et polaire (et encore deux fois), où le pôle est le centre d'une involution de rayons orthogonaux appartenant à la conique, la surface du second ordre pour laquelle deux rayons conjugués doivent être les axes d'involution à plans orthogonaux est soumise à une certaine condition, et, si la surface remplit cette condition, il existe une infinité de couples de rayons conjugués qui jouissent de la même propriété. D'autre part, deux droites non situées dans un plan étant données, une surface du second ordre pour laquelle ces droites sont des rayons conjugués et les axes d'involutions à plans orthogonaux par rapport à la surface n'est pas complétement déterminée par cette condition, qui ne comprend que huit conditions simples, et il y a un faisceau de surfaces du second ordre qui remplissent cette condition. Ce faisceau de surfaces du second ordre, qui se produisent par le changement de la valeur du rapport constant, possède comme courbe fondamentale commune un quadrilatère gauche imaginaire, de même que toutes les sections coniques ayant en commun un foyer et la directrice correspondante forment un faisceau de sections coniques à contact double idéal.

L'étude synthétique de ces propriétés fait l'objet du Mémoire : I. Le paraboloïde hyperbolique équilatère. II. L'hyperboloïde orthogonal (nom proposé par M. Schroeter pour l'hyperboloïde en question).

Gundelfinger (*S.*). — Sur la transformation d'expressions différentielles au moyen de coordonnées elliptiques. (80-87).

Dans la vingt-deuxième Leçon de sa Géométrie analytique de l'espace, Hesse a indiqué un principe qui enseigne à transformer certaines expressions différentielles des coordonnées orthogonales en coordonnées elliptiques, transformation faite au moyen de changements convenables opérés sur les formules qui se présentent à l'occasion du problème des axes principaux des surfaces du second ordre. C'est par ce procédé qu'on achève, presque sans aucun calcul, l'intégration des équations différentielles pour les lignes de courbure et les lignes géodésiques sur ces surfaces. La Note est destinée à montrer que l'intégration de ces équations différentielles et d'autres semblables à elles ne se refuse pas non plus à être rattachée, moyennant un principe analogue, au problème des axes principaux des sections planes d'une surface du second ordre. Les éléments analytiques employés à cet effet se prêtent à de nombreuses interprétations géométriques et font ressortir une connexion simple entre la théorie de la courbure des surfaces du second ordre et celle de leurs courbes géodésiques; observons enfin que les développements partent de la forme générale de l'équation.

Milinowski. — Démonstration d'une proposition concernant les surfaces du second ordre. (88).

Sylvester (*J.-J.*) — Sur les actions mutuelles des formes invariantives dérivées. (89-115; fr.).

« Je comprends les invariants, les covariants, les contravariants et toutes les formes qui dérivent dans le même sens d'un système donné de quantics sous le nom général de *dérivées invariantives*, et je vais établir un principe qui rend ces formes fécondes et donne à deux quelconques d'entre elles la faculté de produire, par

l'action de l'une sur l'autre, de nouvelles formes invariantives. Si l'on se borne aux invariants d'un seul quantic ou d'un système de quantics, la manière de procéder pour cette génération est presque évidente d'elle-même. Car soient $F(a, b, c, \ldots)$, $G(a, b, c, \ldots)$ deux invariants du même quantic ou du même système de quantics, et écrivons à la place de $a, b, c, \ldots$, dans l'une de ces deux fonctions, $\frac{d}{da}$, $\frac{d}{db}$, $\frac{d}{dc}$, ...; si l'on opère avec la fonction ainsi modifiée sur l'autre, le résultat restera invariantif.... Je remarque que la formation d'un quantic quelconque se compose de trois genres de quantités : des variables, des parties littérales des coefficients, et enfin des multiplicateurs numériques qui les affectent et qui forment pour ainsi dire l'équipement arithmétique de la forme.... Dans la théorie que je vais produire, le multiplicateur d'un élément quelconque sera la racine carrée du nombre binôme ou polynôme qui lui serait égalé dans la notation ordinaire des quantics. Quand les multiplicateurs numériques sont mis sous cette forme, je dirai que le quantic est un quantic *préparé*. Remarquons que, quel que soit l'équipement numérique d'un quantic, une substitution quelconque opérée sur les variables *induit* une substitution corrélative opérée sur les éléments.... Cela posé, je suis en état d'énoncer le théorème fondamental suivant : « Dans un quantic préparé, deux substitutions contraires opérées sur les variables induisent deux substitutions contraires opérées sur les éléments.... » Si, pour donner plus de simplicité aux énoncés, on se borne au cas de quantics unipartites, on peut résumer les conséquences qui découlent des principes établis en affirmant qu'une dérivée invariantive d'un système quelconque de quantics unipartites préparés reste une dérivée invariantive, quand on substitue pour les variables ou pour les éléments, ou pour les uns et les autres simultanément, leurs inverses symboliques, avec la distinction que sous la première supposition le caractère est changé dans son opposé et sous la dernière il reste le même. »

Schering (*Karl*). — Sur la théorie du moyen arithmético-géométrique de quatre éléments. (115-170).

M. Borchardt a créé pour la Science la notion de la moyenne arithmético-géométrique de quatre éléments indépendants (*Monatsbericht der Königl. Akad. d. Wissensch. zu Berlin*, nov. 1876 et febr. 1877), et, au moyen de la théorie des fonctions hyperelliptiques, il a donné une représentation de ce moyen par un déterminant bipartite (*zweigliedrig*) d'intégrales hyperelliptiques. Indépendamment de ces résultats, M. Schering montre qu'on peut former d'un produit de moyennes arithmético-géométriques gaussiennes un moyen de trois éléments dont l'algorithme coïncide avec celui établi par M. Borchardt pour quatre éléments, au cas que deux en soient égaux. La représentation de ce moyen de trois éléments par des intégrales hyperelliptiques a été obtenue à l'aide d'une réduction, donnée par Jacobi, de certaines intégrales hyperelliptiques à des intégrales elliptiques, et à l'aide de la théorie des surfaces de Riemann. La construction de ces surfaces suggère en même temps l'idée de déterminer les modules de périodicité de ces intégrales et de montrer l'existence des relations qui ont lieu entre eux, et qui ont été établies par Riemann. La représentation du moyen de trois éléments, étudiée par M. Schering, se trouve donc être un cas spécial du théorème de M. Borchardt mentionné ci-dessus. De ce théorème et de la réduction de Jacobi on conclut, d'ailleurs, qu'une moyenne de quatre éléments peut être réduite à des moyennes de deux éléments lorsqu'il existe entre elles une certaine équation de condition.

Kiepert (*L.*). — Sur les surfaces minima. Second Mémoire. (171-183).

En considérant les surfaces nommées par M. Schwarz *faisceau de surfaces d'Enneper* et *faisceau de surfaces de Scherk*, on trouve que les coordonnées d'un point de ces surfaces peuvent être représentées par des fonctions elliptiques de deux variables ξ et η, de telle sorte qu'on obtient, pour des valeurs constantes de ξ ou bien de η, les lignes de courbure sur le faisceau de surfaces d'Enneper et les lignes asymptotiques sur le faisceau de Scherk. D'autre part, des valeurs constantes de $\xi+\eta$ ou de $\xi-\eta$ fournissent les lignes asymptotiques du faisceau de surfaces d'Enneper et les lignes de courbure du faisceau de surfaces de Scherk. De plus, ces surfaces contiennent quatre faisceaux de courbes dont l'arc est une intégrale elliptique de première espèce où la limite supérieure a une simple signification géométrique. Enfin, il faut signaler la connexion remarquable qui a lieu entre ces surfaces et les surfaces des centres de courbure.

Prix Jablonowski pour l'année 1881. (184).

Frobenius (*G.*). — Sur des expressions différentielles linéaires adjointes. (185-213).

Dans ses recherches sur la variation seconde des intégrales simples, Jacobi est parvenu à quelques théorèmes concernant des expressions différentielles linéaires qui ont été déduites et approfondies par beaucoup d'autres auteurs, mais surtout par Hesse (même Recueil, t. 54, p. 227). Les calculs, en partie très-prolixes, qu'exigent ces démonstrations peuvent être évités entièrement quand on définit l'expression différentielle appelée, suivant M. Fuchs, l'adjointe d'une autre, non pas par sa représentation formale, mais par sa propriété caractéristique, qui consiste à faire d'une certaine expression différentielle bilinéaire une différentielle complète. Cette voie mène aussi facilement aux relations découvertes par Clebsch entre les constantes qui entrent dans la forme réduite de la variation seconde, relations établies par Hesse dans une forme peu développée. M. Frobenius commence par développer les théorèmes pour des expressions différentielles ordinaires; alors il donne succinctement leur application à la transformation de la variation seconde; enfin il généralise quelques-uns de ces théorèmes pour des expressions aux différentielles partielles.

§ 1. Sur la composition d'expressions différentielles linéaires. — § 2. Définition d'expressions différentielles linéaires adjointes. — § 3. La réciprocité d'expressions différentielles linéaires adjointes. — § 4. Expressions différentielles qui sont égales à leurs adjointes. — § 5. Nouvelle démonstration du théorème de Jacobi. — § 6. Proposition auxiliaire sur les formes bilinéaires alternées. — § 7. Transformation d'un déterminant. — § 8. Sur la variation seconde des intégrales simples. — § 9. Des expressions dites adjointes aux différentielles partielles linéaires. — § 10. Le théorème de réciprocité. — § 11. Principe du dernier multiplicateur.

Cayley (*A.*). — Un Mémoire sur les fonctions θ doubles. (214-245).

Suite des recherches du même auteur, t. 83, p. 210-233.

Hermite (*Ch.*). — Sur le pendule. Extrait d'une Lettre adressée à M. Gyldén. (246-249).

Remarque sur la forme des coordonnées x, y, z de l'extrémité d'un pendule sphérique : elles sont les dérivées de fonctions uniformes du temps.

Roethig (*O.*). — Sur la théorie des surfaces. (250-263).

L'auteur représente à l'aide de deux variables indépendantes certaines quantités relatives à la théorie infinitésimale des surfaces et surtout à la théorie de la courbure.

Mathieu (*Émile*). — Réflexions au sujet d'un théorème d'un Mémoire de Gauss sur le potentiel. (264-268).

Gauss a démontré qu'on peut toujours distribuer sur une surface fermée de la matière en une couche infiniment mince, de sorte que le potentiel V de cette couche soit, en chaque point de la surface, une fonction donnée U des coordonnées x, y, z de ce point. Pour cela, il montre d'abord que, si la masse de la couche est donnée et que la distribution soit homogène, c'est-à-dire la densité positive en chaque point de la surface, l'intégrale $\Omega = \int (V - 2U) m\, ds$, dans laquelle m est la densité en l'élément ds de la surface et où l'intégration est étendue à toute la surface, est susceptible d'un minimum qui a lieu lorsque $V - U = \text{const.}$ C'est à ce sujet que se rapportent les réflexions de M. Mathieu.

Adams (*J.-C.*). — Table des valeurs des soixante-deux premiers nombres de Bernoulli. (269-272).

Königsberger. — Sur la réduction d'intégrales hyperelliptiques à des intégrales elliptiques. (273-294).

Voici l'un des théorèmes principaux : « Le nombre des constantes arbitraires est indépendant du degré de la transformation. Donc, si le degré du numérateur de l'intégrale hyperelliptique réductible à des intégrales elliptiques va en croissant, nous en sentons résulter une plus grande variété de ces intégrales réductibles, de telle sorte qu'on peut tirer cette conclusion : Si une intégrale hyperelliptique de première espèce est réductible à des intégrales elliptiques, il ne sera pas possible de réduire toute intégrale hyperelliptique appartenant à la même irrationnalité tout à la fois à une intégrale elliptique. Il n'en est pas ainsi si une intégrale hyperelliptique de première espèce appartenant à un polynôme du degré $2p+1$ est réductible à la somme de p intégrales elliptiques différentes. Alors il y a p intégrales hyperelliptiques appartenant à la même irrationnalité et réductibles à une quelconque de ces intégrales elliptiques. »

Gundelfinger (*S.*). — Sur la transformation en coordonnées curvilignes d'une certaine sorte d'équations différentielles. (295-303).

Hesse (*O.*). — Des hexagones dans l'espace. (Mémoire posthume publié par M. Gundelfinger). (304-316).

On trouve dans ce Mémoire une nouvelle solution du problème traité plusieurs fois par Hesse : « Étant donnés sept points d'intersection de trois surfaces du second ordre, déterminer le huitième point. » Le manuscrit a été achevé par l'auteur en tout ce qui est essentiel au sujet, excepté la conclusion ; il ne demande donc, pour être imprimé, que quelques touches légères de style.

Faà de Bruno. — Sur la partition des nombres. (317-326).

Netto (*E.*). — Sur le nombre des valeurs d'une fonction entière de n éléments. (327-338).

Sourander (*Émile*). — Sur les sections circulaires des surfaces du second ordre. (339-344). E. L.

MATHEMATISCHE ANNALEN (¹).

Tome XII ; 1877.

Krause (*M.*). — Recherches algébriques sur la théorie des fonctions algébriques. (1-22).

Le P. Joubert est le premier qui ait étudié avec détail l'équation qui relie le produit du module primitif et du module complémentaire au produit du module transformé et du module complémentaire. La théorie de cette équation, pour un degré impair de transformation sans diviseur carré, a été faite par MM. Hermite, Joubert, Koenigsberger. M. Krause en donne le discriminant et détermine les racines distinctes de ce discriminant ainsi que leur degré de multiplicité. Comme exemples, il prend les nombres de transformation jusqu'à 30.

Gordan (*P.*). — Sur les groupes finis de transformations linéaires d'une seule variable. (23-46).

Harnack (*Ax.*). — Sur la représentation de la courbe gauche du quatrième ordre de première espèce et de son système de sécantes par des fonctions doublement périodiques. (47-56).

Brill (*A.*). — Sur le discriminant. (87-89).

Démonstration de ce théorème : « Le signe du discriminant d'une équation est négatif quand le nombre des couples de racines imaginaires est impair, positif dans le cas contraire. » L'auteur montre en outre que le nombre des passages des

---

(¹) Voir *Bulletin*, I_2, 224.

racines réelles à des racines imaginaires, pour une équation à coefficients variables, peut être obtenu quand le discriminant de cette équation, regardé comme une fonction du paramètre dont dépendent les coefficients, se décompose en facteurs rationnels.

Brill (A.). — Sur les courbes rationnelles du quatrième ordre. (90-128).

§ 1. Équations relatives aux singularités d'une courbe rationnelle. — § 2. Équations relatives aux points d'inflexion et aux tangentes doubles, lorsqu'on se donne les coordonnées des points doubles. — § 3. Équation de la courbe en coordonnées homogènes. — § 4. Coniques des points d'inflexion. — § 5. Équation des points d'inflexion. — § 6. Équation relative aux points de contact des tangentes doubles. — § 7. Discriminants de ces deux équations. — § 8. Cas des points doubles imaginaires. — § 9. Représentation graphique (avec deux planches).

Du Bois-Reymond (P.). — Note sur l'intégration des équations aux différentielles totales. (123-130).

L'auteur montre comment l'on peut obtenir géométriquement les méthodes d'Euler et de M. Bertrand pour l'intégration de l'équation $X\,dx + Y\,dy + Z\,dz = 0$, quand l'intégrale est de la forme $\varphi(x, y, z) = C$; il compare ces deux méthodes avec une autre qui a été donnée par Natani et par lui-même pour l'intégration de l'équation

$$\varphi_0\left(\frac{y}{x}, \frac{z}{x}\right)dx + \varphi_1\left(\frac{y}{x}, \frac{z}{x}\right)dy + \varphi_2\left(\frac{y}{x}, \frac{z}{x}\right)dz = 0.$$

Mayer (A.). — Sur le multiplicateur d'un système de Jacobi. (132-142).

Jacobi a donné deux définitions différentes du multiplicateur d'une équation linéaire aux dérivées partielles

$$(1) \qquad \mathfrak{A}(f) = \sum_{h=1}^{h=n} X_h \frac{\partial f}{\partial x_h} = 0.$$

La première définition suppose la connaissance de toutes les solutions de l'équation donnée; la seconde définit le multiplicateur par l'équation aux dérivées partielles

$$(2) \qquad \sum_{h=1}^{h=n} X_h \frac{\partial \log M}{\partial x_h} + \sum_{h=1}^{h=n} \frac{\partial X_n}{\partial x_h} = 0.$$

M. Lie (*Math. Ann.*, t. XI) a montré que la première définition peut être étendue à un *système complet*, pendant que le système correspondant des équations (2) n'admet aucune solution commune; mais quand le système considéré est un système *jacobien*, c'est-à-dire quand

$$\mathfrak{A}_i[\mathfrak{A}_k(f)] = \mathfrak{A}_k[\mathfrak{A}_i(f)]$$

est identiquement nul, le système des équations (2) admet une intégrale com-

mune, et cette intégrale est le multiplicateur commun du système (1), identique avec celui de M. Lie.

Cayley (*A.*). — Note sur la théorie des intégrales elliptiques. (143-156; angl.).

Démonstration et application du théorème de la multiplication complexe.

Gordan (*P.*). — Formes binaires de covariants nuls. (147-156).

Klein (*F.*). — Sur les équations différentielles linéaires. (157-179).

Dans une Note précédente (*Math. Annal.*, t. XI), l'auteur, partant de la théorie des groupes finis de transformations linéaires d'une variable, a montré qu'il n'y a que cinq types d'équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients rationnels, susceptibles d'être intégrées algébriquement. Il les a désignés par les formes caractéristiques que présentent les intégrales, à savoir le type de la division du cercle et les types de la double pyramide, du tétraèdre, de l'octaèdre, de l'icosaèdre. Dans le Mémoire actuel, il étudie les relations entre ces cinq types, montre comment on peut construire les formes générales de ces équations différentielles, et comment on peut en déduire les équations élémentaires étudiées par M. Schwarz (*Journal de Borchardt*, t. 75). Il détermine, pour quelques exemples compliqués, la fonction rationnelle qui entre dans l'intégrale et, finalement, donne un Tableau où se trouvent toutes les formes primitives (au sens du Mémoire de M. Fuchs, *Journal de Borchardt*, t. 81), qui existent réellement.

Schubert (*H.*). — Le principe de correspondance pour des groupes de *n* points et de *n* rayons. (180-201).

Schubert (*H.*). — Singularités du complexe du $n^{\text{ième}}$ degré. (202-221).

On peut définir un complexe du $n^{\text{ième}}$ degré comme l'ensemble de ∞^3 droites dont ∞^2 passent par un point et forment un cône du $n^{\text{ième}}$ degré; on peut aussi le considérer comme un *système spécial, à cinq dimensions, de groupes de rayons* ayant *n* rayons communs avec chacun des ∞^5 faisceaux de l'espace. C'est à ce dernier point de vue que se place l'auteur. Les singularités d'un complexe se divisent en deux classes :

1° Singularités ne concernant pas les faisceaux de rayons du complexe :

Elles sont contenues dans le symbole

$$A = \mu^{\alpha} c^{\beta} g^{i,k,l\,m\,q}, \quad (\alpha \times \beta + i \times k \times l \times m \times q = 5),$$

qui exprime qu'un groupe de rayons a son plan passant par α points donnés, son sommet sur β plans donnés, et que, de ses n rayons, un premier satisfait à une condition fondamentale i^{uple}, ..., un cinquième enfin à une condition q^{uple}.

2° Singularités concernant les faisceaux de rayons :

Désignons par $\varepsilon_{i_1}, \varepsilon_{i_2}, \ldots, \varepsilon_{i_m}$ un groupe de rayons dans lequel il y a *m coïncidences*, en sorte que, des n rayons du groupe, i_1 coïncident avec le premier, ...

et i_m avec le $m^{\text{ième}}$; ces symboles ε se relient avec ceux qui ont été introduits dans la première partie, et où l'auteur remplace g par h quand ce signe se rapporte à un rayon de coïncidence. On peut réunir les singularités dans la formule

$$B = \varepsilon_{i_1 i_2 \ldots i_m} h_{i_1}^{\lambda_1} h_{i_2}^{\lambda_2} \ldots h_{i_m}^{\lambda_m} g^{i, k, l, m, q} \mu^{\alpha} c^{\beta}.$$

L'auteur détermine tous les nombres A, B; il détermine les plus simples des nombres A directement et les autres au moyen des méthodes développées dans ses *Beiträge zur Geometrie der Anzahl* (*Math. Annal.*, t. X). En particulier, il trouve

$$g^{\mathrm{v}} = 20 n^2 (n - 2)(n^2 - 4n + 2).$$

Ainsi, pour $n = 4$, on voit que, dans un complexe du quatrième degré, il existe douze cent quatre-vingts faisceaux plans. Pour la détermination des nombres B, M. Schubert utilise deux méthodes : la première repose sur les formules qu'il a établies dans son Mémoire intitulé *Correspondenzprincip für Gruppen* (*Math. Annal.*, t. XII); la seconde est indirecte; elle part de la définition des complexes données par Plücker et permet de déduire les singularités d'un ordre plus élevé de celles qui sont d'un ordre moindre. Il faut ajouter que les valeurs obtenues se trouvent souvent contrôlées de diverses façons, et, en partie, au moyen de travaux algébriques antérieurs, parmi lesquels il faut citer le Mémoire de M. Voss (*Math. Annal.*, t. IX).

Grassmann (*H.*). — La Mécanique d'après les principes de la théorie de l'étendue. (222-240).

Dantscher (*V.*). — Remarques sur la démonstration analytique de la loi de réciprocité. (241-253).

L'auteur s'occupe de la loi de réciprocité cubique $\left(\frac{Q}{P}\right) = \left(\frac{P}{Q}\right)$ (pour des nombres premiers impairs, primaires), loi énoncée d'abord par Jacobi, puis établie par Eisenstein au moyen de la théorie de la division du cercle, et la déduit d'une représentation analytique du symbole $\left(\frac{P}{Q}\right)$, symétrique par rapport à P et à Q, ainsi qu'Eisenstein avait fait pour la loi de réciprocité biquadratique.

Il se sert pour cela de la fonction $p(u, g_2, g_3)$ introduite par M. Weierstrass dans la théorie des fonctions elliptiques, en supposant que les deux invariants g_2 et g_3 sont l'un nul, l'autre égal à 1; cette fonction admet un couple primitif de périodes 2ω, $2\omega\rho$ $(\rho^2 + \rho + 1) = 0$ et se reproduit quand on multiplie l'argument par ρ, en sorte que $p(\rho u) = \rho p(u)$, propriété qui permet de l'utiliser pour la représentation du symbole cubique.

Dans la première Partie, M. Dantscher traite de la multiplication complexe de cette fonction spéciale p, et en particulier de l'égalité

$$\frac{p(mu)}{pu} = \frac{\Phi(pu)}{m^2 \Psi^2(pu)},$$

où Φ et Ψ sont des fonctions rationnelles de pu et où l'on suppose m impair et primaire; il parvient, au moyen du théorème de l'addition, à un procédé nouveau pour déduire Φ de Ψ, et est ainsi conduit à une représentation du symbole $\left(\frac{P}{Q}\right)$ qui est en

effet symétrique par rapport à P et Q, et aussi aux théorèmes complémentaires relatifs à $\left(\frac{2}{P}\right)$ et à $\left(\frac{1-\rho}{P}\right)$.

Dans la deuxième Partie, pour pouvoir appliquer à la fonction

$$\Psi(pu) = mp^{\frac{N(m)-1}{2}} + c_1 p^{\frac{N(m)-7}{2}} + \ldots + c_{\frac{N(m)-7}{6}} p^2 + (-1)^{\frac{N(m)+5}{6}}$$

la démonstration donnée par Eisenstein pour l'irréductibilité, on démontre d'abord, pour un nombre premier à deux termes m, la divisibilité par m des coefficients c_1, ... La démonstration souffre une exception dans le cas d'un nombre premier à un seul terme m, pour le coefficient c_k, lorsque $6k+1 \equiv 0 \pmod{m}$; mais on évite cette difficulté au moyen des relations générales entre Φ et Ψ. La théorie donnée par M. Weierstrass fournit deux systèmes de congruences par rapport au module m^2, dont on déduit que le terme c_k, lorsque $6k+1 \equiv 0 \pmod{m}$, est divisible par m, et que les $\frac{m+1}{6}$ coefficients voisins à droite, et les $\frac{m-2}{3}$ coefficients voisins à gauche sont divisibles par m^2.

Grassmann (*H.*). — La place des quaternions d'Hamilton dans la théorie de l'étendue (375-386).

Dans un Mémoire inséré dans le *Journal de Crelle* (t. 49) *Sur les différents genres de multiplication*, Grassmann a défini seize modes différents de multiplication; pour les grandeurs obtenues au moyen de trois unités indépendantes, ces modes sont caractérisés par ce fait qu'un certain nombre des quatre équations qui suivent sont ou non satisfaites :

(1) $$e_i e_k = e_k e_i,$$

(2) $$e_i e_k + e_k e_i = 0,$$

(3) $$e_1^2 = e_2^2 e_3^2,$$

(4) $$e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 = 0.$$

Les équations (2), (3), (4) définissent la multiplication *extérieure* que l'auteur a surtout employée dans la *science de l'étendue* (*Ausdehnungslehre*); les équations (1), (2), (3) définissent la multiplication *intérieure;* les équations (2) et (3) déterminent un mode de multiplication que M. Grassmann qualifie de *moyenne*, et de la considération de laquelle il déduit les théorèmes fondamentaux du calcul des quaternions; il indique ensuite les problèmes que l'on traite habituellement comme applications du calcul des quaternions et qui se résolvent aisément au moyen des multiplications *extérieure* et *intérieure* et aussi de l'opération qu'il désigne sous le nom de *quotient*. Enfin, pour ce qui concerne les applications à la Trigonométrie sphérique, la composition des segments d'après les méthodes de son Ouvrage lui paraît préférable au calcul des quaternions; il termine en développant un certain nombre d'exemples.

Köpcke (*A.*). — Sur la discussion du mouvement d'un solide de révolution dans un fluide. (387-402).

M. Kirchhoff, dans le Tome 71 du *Journal de Borchardt*, a ramené l'étude du

mouvement d'un corps solide de révolution dans un fluide incompressible au calcul de deux intégrales elliptiques; au moyen des fonctions inverses, on exprime les composantes de la vitesse de chaque point et l'on détermine la position du corps. L'inversion des intégrales est effectuée dans le Mémoire de M. Köpcke et les formules sont données explicitement au moyen des fonctions Θ. Pour cela on décompose la seconde intégrale en une somme de trois intégrales normales; les transformations quadratiques employées sont différentes, selon que l'expression du quatrième degré sous le radical a ses quatre racines réelles ou bien en a deux réelles et deux imaginaires, le cas des quatre racines imaginaires se trouvant exclu par la nature du problème. Les trois angles qui déterminent l'orientation du système solide par rapport à trois axes fixes s'expriment au moyen des fonctions Θ ainsi calculées.

D'Ovidio (*H.*). — Les fonctions métriques fondamentales dans un espace de plusieurs dimensions et de courbure constante (403-418; fr.).

Résumé d'un Mémoire lu à l'Académie des Lincei (8 avril 1877) sur la théorie des fonctions métriques pour les espaces à n dimensions dans lesquels une forme quadratique représente, d'après M. Cayley, l'*absolu* des multipoints et des multiplans : une droite est un $(n-2)$-plan; un r-point est un $(n-r)$-plan; l'auteur appelle un tel espace *espace de courbure constante* sans d'ailleurs justifier cette dénomination. La distance entre deux points est le logarithme, divisé par $2\sqrt{-1}$, du rapport anharmonique de ces deux points par rapport aux deux points où la droite coupe l'absolu; la définition de l'angle de deux points est dualistique.

Le *moment* (ou le *comoment*) d'un r-point R et d'un r'-point R' est le produit des sinus (ou des cosinus) des ρ distances entre R et R', c'est-à-dire entre les points où une perpendiculaire commune à R et à R' rencontre l'un et l'autre. L'absolu de l'espace à $(n-r)r$ dimensions qui a pour éléments les r-points est l'agrégat des r-points R, dans lesquels existe un point orthogonal à tout l'r-point; chacun de ces points est tangent à l'absolu. Un r-point R et un r'-point R' sont parallèles lorsqu'ils ont en commun un k-point K appartenant à l'absolu des k-points; il y a parallélisme d'ordre supérieur lorsque K touche l'absolu suivant un multipoint. La dualité ne subsiste plus lorsque le discriminant de l'absolu est nul.

Krause (*M.*). — Sur les équations modulaires des fonctions elliptiques. (419-431).

Pringsheim (*A.*). — Sur la théorie des fonctions hyperelliptiques, et particulièrement de celles du troisième ordre ($\rho = 4$). (435-475).

Les fonctions ϑ qui servent pour l'inversion d'un système d'intégrales hyperelliptiques du $(\rho-1)^{\text{ième}}$ ordre (ou d'espèce ρ) forment une classe spéciale parmi les fonctions ϑ à ρ variables, prises dans leur généralité; pour ces fonctions le nombre de constantes *indépendantes* qui constituent les modules, nombre qui est en général $\frac{\rho(\rho+1)}{2}$, se réduit à $2\rho-1$; en sorte que les modules d'une fonction ϑ

doivent, pour que celle-ci soit une fonction hyperelliptique, satisfaire à $\frac{(\rho-1)(\rho-2)}{2}$ relations. La forme de ces relations a été donnée par M. Weierstrass ; il a montré qu'elles consistaient dans l'évanouissement d'un certain nombre de fonctions ϑ paires, à arguments nuls, fonctions qui, lorsqu'on ne se place pas dans le cas particulier des fonctions hyperelliptiques, ne sont pas nulles.

En comptant le nombre de conditions de cette nature, on reconnaît qu'il surpasse le nombre $\frac{(\rho-1)(\rho-2)}{2}$ lorsque ρ est supérieur à 3; qu'il n'y en ait réellement que $\frac{(\rho-1)(\rho-2)}{2}$ qui soient indépendantes, on parvient à le démontrer, de même que, en partant de ces conditions *nécessaires* pour caractériser un système hyperelliptique qui sont données par l'évanouissement d'un certain nombre de fonctions ϑ paires, on établit ces propriétés, fondamentales pour un tel système, qui consistent dans l'existence de relations linéaires homogènes entre les carrés de $\rho+2$ fonctions ϑ à indices simples et aussi entre $\rho+1$ produits de fonctions ϑ de la forme $\vartheta_\alpha(u,\ldots)\,\vartheta_{\alpha\mu}(u,\ldots)$, où α est un indice variable pris dans la suite $0,1,2,\ldots,2\rho$, et μ un indice fixe pris dans la même suite, mais différent de α. Ces relations sont, d'une part, conformes aux équations de Rosenhain pour des fonctions ϑ hyperelliptiques du premier ordre et, d'autre part, coïncident avec les résultats déduits directement par M. Weierstrass, pour les fonctions hyperelliptiques $p_1,\ldots,p_{2\rho+1}$ des équations différentielles.

Dans le cas de $\rho=4$, M. Pringsheim montre que les conditions nécessaires pour caractériser un système hyperelliptique sont aussi suffisantes; c'est-à-dire que, en supposant l'évanouissement d'un certain nombre de fonctions ϑ paires, tous les quotients de fonctions ϑ s'expriment symétriquement au moyen de quatre variables $x_1,\ldots,x_4$, et que, d'un autre côté, les arguments $v_1,\ldots,v_4$ de chaque fonction ϑ sont liés à $x_1,\ldots,x_4$ par un système hyperelliptique d'équations différentielles. Le chemin suivi est analogue à celui que Rosenhain a tracé pour les fonctions hyperelliptiques du premier ordre.

Le nombre de fonctions ϑ dont on a à s'occuper dans ce cas s'élève à 256, sans compter la fonction ϑ fondamentale et les neuf fonctions ϑ à indices simples $(0,1,\ldots,8)$; les autres ont des indices composés de deux, trois ou quatre chiffres. L'auteur les a toutes réunies dans un Tableau, avec leurs caractéristiques. Parmi les cent trente fonctions paires, dix doivent, pour que le système soit hyperelliptique, s'annuler quand on suppose les arguments nuls; mais un tel système, pour $\rho=4$, possédant encore sept constantes arbitraires, il faut que des dix équations dont nous venons de parler, qui équivalent à autant de relations entre les dix modules, il n'y en ait que trois d'indépendantes: c'est ce que M. Noether a établi tout récemment d'une façon explicite (*Math. Ann.*, t. XIV).

Après avoir développé le nombre suffisant de relations entre les fonctions ϑ à arguments nuls, on peut exprimer tous les quotients de fonctions ϑ à arguments nuls au moyen de sept constantes indépendantes; mais les formules deviennent plus symétriques en introduisant neuf quantités $a_0, a_1,\ldots,a_8$. Puis, au moyen des relations linéaires homogènes, dont il a été parlé plus haut, entre les carrés de fonctions ϑ à arguments quelconques, on voit que des neuf quotients de fonctions ϑ dont les numérateurs sont des fonctions à indices simples et dont le dénominateur est toujours la fonction ϑ fondamentale, cinq peuvent être exprimées au moyen des quatre autres; en d'autres termes, les neuf quotients s'expriment au moyen de quatre variables indépendantes $x_1,\ldots,x_4$. Toutes les rela-

tions en question sont ainsi satisfaites en remplaçant les neuf quotients de fonctions ϑ, à arguments $v_1, \ldots, v_4$, par certaines fonctions symétriques par rapport à $x_1, \ldots, x_4$ et par rapport à $a_0, \ldots, a_8$. Il en est de même des autres quotients de fonctions de ϑ, et en particulier de ceux où les fonctions en numérateurs ont des indices doubles, quotients qui, dans les recherches ultérieures, se présentent comme dérivées de ceux dont on vient de parler; ils s'expriment tous symétriquement au moyen de $x_1, \ldots, x_4$.

Pour prouver maintenant l'existence d'un système hyperelliptique d'équations différentielles entre $v_1, \ldots, v_4$, et $x_1, \ldots, x_4$, de la forme

$$(1) \qquad dv_a = \sum_{b=1}^{b=4} F_{a,b}\left[x_b\sqrt{R(x_b)}\right]dx_b, \quad (a = 1, 2, 3, 4),$$

où $F_{a,b}$ désigne une fonction rationnelle quelconque, et $R(x)$ un polynôme du neuvième degré dont les racines sont $a_0, \ldots a_8$, l'auteur introduit quatre variables auxiliaires $u_1, \ldots, u_4$ au moyen de quatre équations différentielles hyperelliptiques d'une forme entièrement déterminée et montre que dans la relation identique

$$(2) \qquad dv_a = \sum_{b=1}^{b=4} \frac{\partial v_a}{\partial u_b} du_b,$$

les coefficients $\dfrac{\partial v_a}{\partial u_b}$ sont des constantes; il suffit pour cela de montrer que la même chose a lieu dans le système réciproque

$$(3) \qquad du_a = \sum_{b=1}^{b=4} \frac{\partial u_a}{\partial v_b} dv_b.$$

La preuve se déduit des relations qui existent entre v_a et x_a, et de celles qui lient par définition les u_a et les x_a, en différentiant certaines formules d'addition des fonctions ϑ que l'on établit à cette occasion. On arrive ainsi à l'équation [équivalente à l'équation (2)],

$$(4) \qquad du_a = A_a dv_1 + B_a dv_2 + \Gamma_a dv_3 + \Delta_a dv_4,$$

où $A_a, \ldots, \Delta_a$ sont des constantes. Ces coefficients sont d'abord exprimés au moyen de fonctions ϑ paires à arguments nuls et de leurs premières dérivées; on peut les exprimer aussi au moyen des périodes en remplaçant dans les équations (4) les u_a par les expressions qui les définissent au moyen de $x_1, \ldots, x_4$, puis en intégrant entre des limites convenables par rapport aux x et aux v.

La comparaison des valeurs des coefficients conduit à des relations qui permettent d'exprimer les modules réels de périodicité $K_{a,b}$ au moyen des fonctions ϑ à arguments nuls et de leurs premières dérivées; ces formules sont les analogues de la formule bien connue de la théorie des fonctions elliptiques $2K = \sqrt{\dfrac{1}{k}\dfrac{\vartheta'_1}{\vartheta_0}}$.

Quant aux coefficients des systèmes (1) et (2), qui sont l'objet principal des recherches, on les obtient sous la forme suivante : en supposant les équations (2) écrites comme il suit,

$$(5) \qquad dv_a = \mathfrak{A}_a du_1 + \ldots + \mathfrak{D}_a du_a,$$

les coefficients $\mathfrak{A}, \ldots, \mathfrak{D}$ sont des fractions dont le dénominateur est

$$(6) \qquad D = \begin{vmatrix} 2K_{11} & \ldots & 2K_{41} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ 2K_{41} & \ldots & 2K_{44} \end{vmatrix}.$$

On peut les exprimer aussi au moyen des fonctions ϑ, et l'on est ainsi conduit à des formules analogues aux formules de la théorie des fonctions elliptiques $\vartheta_2 = \sqrt{\frac{2K}{\pi}}$, et au moyen desquelles chaque fonction ϑ à arguments nuls, différente de zéro, se présente comme un multiple de $\sqrt{D} \ldots$,

Finalement, en intégrant les équations (4) pour des systèmes de valeurs convenables de $v_1, \ldots, v_4$, et de $x_1, \ldots, x_4$, on parvient à exprimer les modules des fonctions ϑ au moyen des modules de périodicité, et par suite en fonction uniforme de $a_0, \ldots, a_8$. En résumé, les formules fondamentales du problème de l'inversion, pour le cas de $\rho = 4$, se trouvent obtenues.

Krey (*H.*). — Note sur un problème d'élimination. (476-480).

Détermination du nombre de couples de deux points situés sur une même courbe d'espèce p, avec points doubles, qui satisfont à deux correspondances.

Schröder (*E.*). — Note sur le cercle d'opérations du calcul logique. (481-484).

Cette Note se rapporte à un travail de l'auteur, *Die Operationsbasis des Logikcalculs* (Leipzig, Teubner, 1877), travail qui se relie à ceux de G. Boole et de R. Grassmann.

Voss (*A.*). — Sur les courbes asymptotiques (*Haupttangentencurven*) des surfaces gauches. (485-502).

L'équation différentielle des courbes asymptotiques d'une surface réglée dans laquelle les coordonnées de la génératrice sont fonctions d'un paramètre est obtenue par la considération du faisceau de complexes linéaires déterminé par une génératrice et trois génératrices consécutives. Chaque complexe du faisceau détermine deux tangentes consécutives d'une courbe, en vertu de ce théorème général, que, pour toute surface réglée dont les génératrices appartiennent à un complexe linéaire, on peut déterminer, par des opérations algébriques, une ligne asymptotique dont les rapports géométriques avec le faisceau sont bien connus. Pour obtenir explicitement l'équation différentielle, on a à résoudre un système de quatre équations linéaires et d'une équation quadratique; on y parvient en introduisant les coordonnées du complexe déterminé par une génératrice et les quatre génératrices consécutives; on l'obtient ainsi sous une forme dans laquelle tous les coefficients sont des invariants de la surface, dont la signification est indépendante du choix du paramètre. On peut l'intégrer quand la surface appartient à un complexe linéaire. L'auteur cherche ensuite, en supposant que les coordonnées des génératrices soient des fonctions rationnelles du paramètre, sous quelles conditions les lignes asymptotiques sont algébriques. Il y parvient en s'aidant des criteriums donnés par M. Koenigsberger et par M. Liouville pour la réduction des intégrales hyperelliptiques à des fonctions algébrico-logarithmiques, et il indique la signification géométrique des conditions auxquelles il est ainsi

conduit. Enfin il traite en particulier le cas où le complexe linéaire est un complexe spécial.

Klein (*F.*). — Nouvelles recherches sur l'icosaèdre. (503-540).

Crone (*C.*). — Sur la distribution des tangentes doubles sur les divers systèmes de coniques ayant un contact quadruple avec une courbe du quatrième ordre. (561-575; fr.).

L'auteur a donné un développement de la même matière avec des démonstrations plus détaillées dans le journal danois *Tidsskrift for Mathematik*, Cah. V, 1875.

Prix proposé par la Société Jablonowski pour l'année 1879.

Ax. H.

ARCHIV MATHEMATIKY A FYSIKY, kterýž vydává Jednota českých mathematiků v Praze (1).

Tome II; 1877-1879.

Blažek (*G.*) — Essai d'une théorie des courants de la mer. (1-25; all.).

L'auteur, après avoir mentionné les recherches de Maury, de Mühry et de Schilling, passe au développement et à la démonstration de sa propre théorie, dont il résume comme il suit les principales propositions.

La cause des grands courants constants de la mer est l'inégale température de l'eau depuis l'équateur jusqu'aux pôles. Cette cause permet à l'action combinée de la pesanteur et de la force centrifuge de chasser l'eau froide vers l'équateur, et l'eau chaude vers le pôle.

En vertu de la rotation de la Terre et de l'inertie de l'eau, il naît de part et d'autre de l'équateur, en sens contraire de la rotation de la Terre, des courants fermés dont les centres sont situés entre le 30° et le 35° degré de latitude. Sous ces mêmes parallèles règnent, au fond de la mer, des courants froids de sens opposé, qui, sous l'équateur, montent à la surface de la mer, et forment le contre-courant équatorial.

Il se produit, en général, dans chaque courant dirigé vers l'équateur, une rotation dans le sens de celle de la Terre, et au contraire, dans chaque courant dirigé vers le pôle, une rotation dans le sens opposé.

Le Mémoire se termine par une comparaison de ces résultats théoriques avec les données de l'observation.

Weyr (*Ed.*). — Sur la marche des fonctions elliptiques. (26-60).

---

(1) Voir *Bulletin*, VIII, 112.

Étude des valeurs de l'intégrale

$$\int_0^z \frac{dz}{\sqrt{(1-z^2)(1-k^2z^2)}},$$

prise suivant des chemins rectilignes, puis suivant des chemins quelconques. De là on déduit, en posant

$$z = \sin \operatorname{am} u, \quad \sqrt{1-z^2} = \cos \operatorname{am} u, \quad \sqrt{1-k^2z^2} = \Delta \operatorname{am} u,$$

la monodromie de ces fonctions, leur périodicité, les racines des équations

$$\sin \operatorname{am} u = \sin \operatorname{am} u_0, \quad \cos \operatorname{am} u = \cos \operatorname{am} u_0, \quad \Delta \operatorname{am} u = \Delta \operatorname{am} u_0,$$

et enfin on décide de laquelle des quatre formes

$$\pm ip^2 \pm iq^2$$

sont $\sin \operatorname{am} u$, $\cos \operatorname{am} u$, $\Delta \operatorname{am} u$ pour une valeur donnée de u.

Sýkora (A.). — Sur l'intégrale Σx^{k+1}. (61-65).

Désignons, pour abréger, par $x^{(n)}$ le produit

$$x(x-1)(x-2)\ldots(x-n+1),$$

et rappelons la form le

$$\Sigma x^{(n)} = \frac{x^{(n+1)}}{n+1} + \text{const.},$$

la différence Δx étant supposée égale à l'unité. Pour intégrer x^{k+1}, où k désigne un entier positif, posons

(1) $$x^{k+1} = R_0 + R_1 x^{(1)} + R_2 x^{(2)} + \ldots + R x^{(k+1)},$$

et nous aurons, R_0 étant évidemment nul,

$$\Sigma x^{k+1} = \text{const.} + \frac{1}{2} R_1 x^{(2)} + \frac{1}{3} R_2 x^{(3)} + \ldots + \frac{1}{k+2} R_{k+1} x^{(k+2)}.$$

Les quantités $R_0, R_1, R_2, \ldots$ se présentent comme restes, lorsqu'on divise x^{k+1} par x, puis le quotient par $x-1$, le nouveau quotient par $x-2$, et ainsi de suite. Dans le Tableau suivant, on a calculé, par la méthode de Horner, les coefficients des divers coefficients en question :

	x^{k+1} +	0 +	0 +	0 +	0 +	0 +	...	
0	1	0	0	0	0	0	...	$R_0 = 0$
1	1	1	1	1	1	1	...	$R_1 = 1$
2	1	3	7	15	31	.	...	$R_2 =$
3	1	6	25	90	301	.	...	$R_3 =$
4	1	10	65	350	.	.	...	$R_4 =$
5	1	15	140	.	.	.	...	$R_5 =$
.	.	..	...	.	.	.	...	.....

On voit de suite que les nombres qui figurent dans une diagonale de ce Tableau (par exemple dans celle qui commence à la ligne contenant les coefficients du quotient qui correspond au diviseur $x-4$) donnent les quantités R correspondantes à une certaine valeur de k ($k+1=4$), c'est-à-dire qu'on a, par exemple,

$$x^4 = 0 + x^{(1)} + 7x^{(2)} + 6x^{(3)} + x^{(4)}.$$

Si l'on considère deux diagonales consécutives, on aperçoit immédiatement que, en posant

$$x^k = x^{(1)} + A_2 x^{(2)} + A_3 x^{(3)} + \ldots + A_k x^{(k)},$$

on a

$$x^{k+1} = x^{(1)} + (2A_2+1)x^{(2)} + (3A_3+A_2)x^{(3)} + \ldots + (kA_k + A_{k-1})x^{(k)} + A_k x^{(k+1)},$$

ce qui permet de former les quantités R_2, R_3, ..., en partant de l'égalité $x = x^{(1)}$. Afin d'obtenir pour les R des expressions indépendantes, remarquons d'abord qu'on a $R_0 = 0$, $R_1 = 1$. Le coefficient R_2 est évidemment le $k^{\text{ième}}$ terme de la suite 1, 3, 7, 15, ..., qui forme la troisième ligne de notre Tableau; deux termes consécutifs u_r, u_{r+1} satisfaisant à l'équation

$$u_{r+1} = 2u_r + 1,$$

on trouve

$$u_r = C.2^r - 1,$$

et, puisque $u_1 = 1$, la constante d'intégration C sera $=1$; donc

$$(2) \qquad R_2 = u_k = 2^k - 1.$$

Le coefficient R_3 est le $(k-1)^{\text{ième}}$ terme de la suite

$$1,\ 6,\ 25,\ 90,\ 301,\ \ldots,$$

qui forme la quatrième ligne de notre Tableau. Pour cette suite, on a

$$v_{r+1} = 3v_r + u_{r+1},$$

c'est-à-dire

$$v_{r+1} = 3v_r + 2^{r+1} - 1;$$

de là, en intégrant,

$$v_r = \frac{1}{2} - 2^{r+1} + C.3^{r-1},$$

et, comme $v_1 = 1$, on trouve $C = \frac{9}{2}$; donc enfin

$$(3) \qquad R_3 = v_{k-1} = \frac{1}{2}(1 - 2.2^k + 3^k).$$

On trouverait de la même manière

$$R_4 = \frac{1}{3!}(-1 + 3.2^k - 3.3^k + 4^k),$$

$$R_5 = \frac{1}{4!}\left[1 - \binom{4}{1}2^k + \binom{4}{2}3^k - \binom{4}{3}4^k + 5^k\right],$$

....,

et enfin, par une induction complète,

$$(4)\quad R_n = \frac{1}{(n-1)!}\left[n^k - \binom{n-1}{1}(n-1)^k + \binom{n-2}{2}(n-2)^k - \binom{n-3}{3}(n-3)^k + \ldots\right].$$

Il est aisé de donner les quatre derniers coefficients du développement (1) sous une forme plus simple. En effet, R_{k+1} étant dans la première colonne de notre Tableau, on a $R_{k+1} = 1$; en calculant le terme général de la suite contenue dans la seconde colonne, on trouve

$$R_k = \frac{k(k+1)}{2};$$

enfin la troisième et la quatrième colonne donnent

$$R_{k-1} = \frac{k(k^2-1)(3k-2)}{24},$$

$$R_{k-2} = \frac{k(k-1)^2(k-2)^2(k+1)}{48}.$$

Les valeurs de $R_{k-3}, R_{k-4}, \ldots$ deviendraient déjà trop compliquées.

Sýkora (A.). — Sur les valeurs des expressions $\lim\left(1+\frac{1}{\omega}\right)^\omega$, $\lim\frac{\omega}{a^\omega}$. (65-69).

I. En supposant le nombre ω entier et positif, on trouve sans difficulté, par le développement du binôme,

$$(1)\quad \left(1+\frac{1}{\omega}\right)^\omega < \Omega,$$

en posant

$$\Omega = 1 + 1 + \frac{1}{2!} + \cdots + \frac{1}{\omega!}.$$

Mais on a

$$\left(1-\frac{1}{\omega}\right)\left(1-\frac{2}{\omega}\right) = 1 - \frac{1}{\omega} - \frac{2}{\omega} + \frac{2}{\omega^2} > 1 - \left(\frac{1}{\omega}+\frac{2}{\omega}\right) = 1 - \frac{3}{\omega},$$

$$\left(1-\frac{1}{\omega}\right)\left(1-\frac{2}{\omega}\right)\left(1-\frac{3}{\omega}\right) > \left(1-\frac{1}{\omega}-\frac{2}{\omega}\right)\left(1-\frac{3}{\omega}\right) > 1 - \frac{1}{\omega} - \frac{2}{\omega} - \frac{3}{\omega} = 1 - \frac{6}{\omega},$$

et généralement

$$\left(1-\frac{1}{\omega}\right)\left(1-\frac{2}{\omega}\right)\cdots\left(1-\frac{n-1}{\omega}\right) > 1 - \frac{1}{\omega} - \frac{2}{\omega} - \cdots - \frac{n-1}{\omega} = 1 - \frac{n(n-1)}{2\omega}.$$

Donc

$$\begin{aligned}\left(1+\frac{1}{\omega}\right)^\omega &= 1 + 1 - \frac{1}{2!}\left(1-\frac{1}{\omega}\right) + \frac{1}{3!}(1-\omega)\left(1-\frac{2}{\omega}\right) + \cdots \\ &\quad + \frac{1}{\omega!}\left(1-\frac{1}{\omega}\right)\left(1-\frac{2}{\omega}\right)\cdots\left(1-\frac{\omega-1}{\omega}\right) \\ &> 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{2!}\left(1-\frac{1}{\omega}\right) + \frac{1}{3!}\left(1-\frac{3}{\omega}\right) + \cdots \\ &\quad + \frac{1}{n!}\left[1-\frac{n(n-1)}{2\omega}\right] + \cdots + \frac{1}{\omega!}\left[1-\frac{\omega(\omega-1)}{2\omega}\right],\end{aligned}$$

ou bien

$$\left(1+\frac{1}{\omega}\right)^\omega > 1+\frac{1}{1}+\frac{1}{2!}+\dots+\frac{1}{\omega!}$$
$$-\frac{1}{2\omega}\left[\frac{1}{1}+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\dots+\frac{1}{(n-2)!}+\dots+\frac{1}{(\omega-2)!}\right],$$

c'est-à-dire

$$(2) \qquad \left(1+\frac{1}{\omega}\right)^\omega > \Omega-\frac{1}{2\omega}\left[\Omega-\frac{1}{(\omega-1)!}-\frac{1}{\omega!}\right].$$

Puisque

$$\lim_{\omega=\infty} \Omega = 1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\dots$$

est une quantité finie, on déduit des inégalités (1) et (2)

$$\lim_{\omega=\infty}\left(1+\frac{1}{\omega}\right)^\omega = \lim_{\omega=\infty}\Omega = 1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\dots \text{ à l'infini.}$$

Les cas de ω fractionnaire ou négatif se ramènent de la manière connue à celui que nous venons de considérer.

II. Si l'on suppose $a > 1$ et $\lim \omega = \infty$, on a

$$\lim \frac{\omega}{a^\omega} = 0.$$

En effet, comme il suffit de considérer les valeurs entières de ω, on a

$$\frac{\omega}{a^\omega} = \frac{1}{a}\,\frac{2}{a}\,\frac{\frac{3}{2}}{a}\,\frac{\frac{4}{3}}{a}\cdots\frac{\frac{\omega}{\omega-1}}{a}.$$

Les facteurs de ce produit ont pour limite $\frac{1}{a}$; ils seront donc, à partir d'un certain facteur $\frac{\frac{n}{n-1}}{a}$, constamment moindres qu'une fraction $\frac{1}{b}$, b étant compris entre a et l'unité. Donc

$$\frac{\omega}{a^\omega} < \frac{n}{a^n}\,\frac{1}{b}\,\frac{1}{b}\cdots\frac{1}{b} \quad \text{ou} \quad < \frac{n}{a^n}\,\frac{1}{b^{\omega-n}},$$

d'où l'on tire, pour $\omega = \infty$, le résultat annoncé.

On ferait voir de la même manière que

$$\lim \frac{\omega^r}{a^\omega} = 0, \quad \lim \frac{a^\omega}{\omega^r} = \infty,$$

pour toute valeur finie de r.

Strouhal (*V.*). — **Sur les lignes de courbure de l'hélicoïde gauche. (69-84; all.).**

En partant de l'équation de la surface

$$z = k \operatorname{arc\,tang} \frac{y}{x},$$

l'auteur détermine la courbure d'une ligne quelconque tracée sur la surface, puis celle d'une section normale; de là il déduit les sections principales et leurs rayons de courbure, qui sont égaux et de signes contraires. En posant

$$xr = t,$$

où r désigne le rayon de courbure d'une section principale, on donne aux équations différentielles des lignes de courbure la forme

$$\sqrt{2}\frac{dx}{ds} = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} - \frac{y}{\sqrt{t}},$$

$$\sqrt{2}\frac{dy}{ds} = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} + \frac{x}{\sqrt{t}},$$

$$\sqrt{2}\frac{dz}{ds} = \frac{k}{\sqrt{t}}.$$

L'intégration de ces équations donne

$$x = \sqrt{t-k^2}\cos\left[c \pm \log\left(\sqrt{t}+\sqrt{t-k^2}\right)\right],$$

$$y = \sqrt{t-k^2}\sin\left[c \pm \log\left(\sqrt{t}+\sqrt{t-k^2}\right)\right],$$

$$z = k\left[c \pm \log\left(\sqrt{t}+\sqrt{t-k^2}\right)\right]$$

pour les équations des lignes de courbure.

Après avoir introduit, au lieu de t, une nouvelle variable φ définie par l'équation

$$\log\left(\sqrt{t}+\sqrt{t-k^2}\right) = \varphi,$$

ce qui donne

$$x = \rho\cos(c\pm\varphi), \quad y = \rho\sin(c\pm\varphi), \quad z = k(c\pm\varphi),$$

ρ désignant la quantité $\frac{1}{2}(e^{\varphi} - k^2 e^{-\varphi})$, l'auteur étudie la forme des deux systèmes de lignes représentés par ces équations.

Günther (*S.*). — Le théorème de décomposition d'Euler et le pendule de Foucault. (84-95; all.).

L'auteur fait voir que le théorème de décomposition d'Euler pour les rotations infiniment petites doit servir de base à la démonstration mathématique de la loi physique découverte par Foucault, et la faute commise en ne tenant pas compte de ce théorème est la source commune tant des erreurs que l'on rencontre dans les démonstrations données pour le théorème de Foucault que de celles que présente la formule inexacte proposée par Hullmann pour la vitesse angulaire relative du plan d'oscillation.

Weyr (*Ed.*). — Addition à l'article sur les lignes de courbure de l'hélicoïde gauche. (95-101).

Cette addition se rapporte à l'article de M. Strouhal analysé plus haut. Il s'agit des lignes asymptotiques et de l'équation différentielle des lignes de courbure de

la surface conoïde

$$z = f\left(\frac{y}{x}\right),$$

x, y, z étant des coordonnées rectangulaires.

L'auteur traite d'abord le cas du paraboloïde hyperbolique

$$z = \frac{a\frac{y}{x}}{\frac{y}{x} - b},$$

en se bornant à la considération des points situés sur l'axe des x; puis il ramène le problème à ce cas spécial à l'aide du paraboloïde osculateur. Il obtient ainsi le résultat suivant :

Les lignes asymptotiques d'une surface $z = f\left(\frac{y}{x}\right)$ *sont données par l'équation*

$$\rho = C\frac{\sqrt{f'(\tan\omega)}}{\cos\omega},$$

C *étant une constante arbitraire,* ρ *et* ω *les coordonnées polaires dans le plan des* xy.

L'équation différentielle des lignes de courbure est

$$b\,d\rho^2 - 2\rho\,d\rho\,d\omega - b\left(\frac{1}{k^2} + \rho^2\right)d\omega^2 = 0,$$

en posant

$$\frac{1}{k} = \frac{f'}{\cos^2\omega}, \quad m'' = -\frac{2f'}{f''} - \tan\omega, \quad b = \frac{m'' + \tan\omega}{m''\tan\omega - 1},$$

f' et f'' représentant, pour abréger, $f'\left(\frac{y}{x}\right)$, $f''\left(\frac{y}{x}\right)$. On intègre cette équation dans le cas de l'hélicoïde gauche.

Zahradník (*K.*). — Sur une certaine correspondance géométrique, relative aux courbes du troisième degré et de la troisième classe. (101-104).

Par un point quelconque P, situé dans le plan d'une telle courbe, il passe trois tangentes; on détermine le centre de gravité S du triangle formé par les points de contact de ces tangentes. On fait correspondre le point S au point P, en se bornant au cas de la cissoïde. L'auteur tire de ses formules cette conclusion : « Si le point S décrit une courbe de degré n, le pôle P engendrera une courbe de degré $2n$, ayant pour points n^{uples} les points circulaires à l'infini. »

Jerábek (*V.*). — Sur le lieu géométrique des centres de projection desquels une conique donnée se projette suivant des cercles sur un plan donné. (104-108).

Soient C la conique donnée, R son plan; appelons N le plan sur lequel on projette C. Le lieu des points s desquels C se projette sur N suivant des cercles est une conique S, de même centre que C, et située dans le plan qui passe par ce centre et par

†**LACROIX (S.-F.).** — **Éléments de Géométrie,** suivis de *Notions sur les courbes usuelles.* 20e édition, conforme aux *Programmes* de l'enseignement dans les Lycées, revue et corrigée par M. *Prouhet,* Répétiteur à l'École Polytechnique. In-8, avec 220 fig. dans le texte; 1876. (*Autorisé par décision ministérielle.*). 4 fr.

†**MARIE (F.-C.-M.).** — **Géométrie stéréographique, ou Reliefs des Polyèdres pour faciliter l'étude des Corps,** en 25 pl. gravées dont 24 sur carton et découpées, d'après l'ouvrage anglais de *Cowley.* In-8; 1835......... 5 fr.

***PAUL (de),** Professeur à l'École municipale Turgot. — **Géométrie élémentaire, théorique et pratique,** Ouvrage rédigé surtout en vue des applications à l'industrie.

Première Partie : *Géométrie plane,* suivie d'un Exposé élémentaire du *Lever des Plans* et de l'*Arpentage.* In-18 sur jésus, avec 154 figures dans le texte; 1865... (*Rare.*)

Deuxième Partie : *Géométrie dans l'espace,* suivie d'un Exposé élémentaire du *Nivellement.* In-18 jésus, avec 145 figures dans le texte; 1868.......... 2 fr.

PONCELET, Membre de l'Institut. — **Traité des Propriétés projectives des figures.** 2e édition, 2 volumes in-4, avec de nombreuses planches gravées sur cuivre; 1865-1866... 40 fr.

Le IIe volume se vend séparément... 20 fr.

†**ROUCHÉ (E.),** Professeur à l'École Centrale, Répétiteur à l'École Polytechnique, etc., et **DE COMBEROUSSE (Ch.),** Professeur à l'École Centrale et au Collége Chaptal, etc. — **Traité de Géométrie,** conforme aux Programmes officiels, renfermant un très-grand nombre d'exercices et plusieurs Appendices consacrés à l'exposition des PRINCIPALES MÉTHODES DE LA GÉOMÉTRIE MODERNE. 4e édition, revue et notablement augmentée. In-8 de XXXVI-900 pages, avec 616 fig. dans le texte et 1087 *Questions proposées;* 1878-1879. 14 fr.

On vend séparément :

Ire Partie (*Géométrie plane.*)... 6 fr.
IIe Partie (*Géométrie dans l'espace, Courbes et Surfaces usuelles*)..... 8 fr.

†**ROUCHÉ (E.) et DE COMBEROUSSE (Ch.).** — **Éléments de Géométrie** rédigés conformement aux Programmes. 2e édit. In-8, avec fig. dans le texte, 1873... 5 fr.

†**SERRET (Paul),** Docteur ès Sciences, Membre de la Société Philomathique. — **Géométrie de Direction.** APPLICATION DES COORDONNÉES POLYÉDRIQUES. *Propriété de dix points de l'ellipsoïde, de neuf points d'une courbe gauche du quatrième ordre, de huit points d'une cubique gauche.* In-8, avec fig. dans le texte; 1869... 10 fr.

†**TARNIER,** Inspecteur de l'Instruction primaire à Paris. — **Éléments de Géométrie pratique,** conformes au Programme de l'enseignement secondaire spécial (année préparatoire, Sciences), à l'usage des Écoles primaires et des divers établissements scolaires. In-8, avec figures dans le texte, accompagné d'un Atlas in-folio contenant 1 planche typographique et 7 belles planches coloriées gravées sur acier; 1872.

Prix du texte broché, avec l'Atlas en feuilles dans une couvert. imprimée. 6 fr.
Prix du texte cartonné et de l'Atlas cartonné sur onglets...... 8 fr. 75 c.

On vend separément :

Le texte, broché..... 2 fr. 50 c. Le texte, cartonné....... 3 fr. 25 c.
L'Atlas, en feuilles. 3 fr. 50 c. L'Atlas, cart. sur onglets. 5 fr. 50 c.

Les 8 planches collées sur toile, et formant une *grande carte murale,* vernie, avec gorge et rouleau... 12 fr.

Les 8 planches collées séparément sur carton, avec anneau....... 10 fr.

TILLY (de). — **Essai sur les principes fondamentaux de la Géométrie et de la Mécanique.** Grand in-8; 1878... 6 fr.

†**VIANT (J.).** — **Notions sur quelques courbes usuelles,** à l'usage des Candidats aux Écoles et au Baccalauréat. In-8, avec pl.; 1864.. 2 fr. 50 c.

TRIGONOMÉTRIE.

†**BOURDON.** — **Trigonométrie rectiligne et sphérique.** 2e édition, revue et annotée par M. *Brisse,* Agrégé de l'Université, Professeur au Lycée Fontanes. In-8 avec figures dans le texte; 1877. (*Adopté par l'Université.*)....... 3 fr.

†**CARÊME.** — **Trigonométrie rectiligne.** In-8, avec fig.; 1869... 2 fr. 50 c.

†**DELISLE,** Examinateur de la Marine, et **GERONO,** Professeur de Mathématiques. — **Éléments de Trigonométrie rectiligne et sphérique.** 7e édition, revue et augmentée. In-8, avec planches; 1876 .... 3 fr. 50 c.

TABLE DES MATIÈRES.

AOUT 1879.

Ire PARTIE. — Comptes rendus et Analyses.

Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.

Le Gérant : GAUTHIER-VILLARS.

la perpendiculaire élevée dans le plan N au milieu de la droite mn, m et n désignant les points de rencontre de C avec le plan N. La tangente du lieu S au point s passe par le centre du cercle projection C sur N prise du centre s. Les projections orthogonales des coniques C et S sur le plan donné N sont des coniques confocales.

Zahradník (*K.*). — Lignes engendrées par les éléments correspondants de deux courbes unicursales situées dans un même plan. (109-112).

On considère, sur deux courbes unicursales de degrés m et n, des points qui se correspondent un à un; la droite qui joint les points correspondants enveloppe une courbe de $(m+n)^{\text{ième}}$ classe. En supposant les deux courbes données identiques, l'enveloppe n'est plus que de la $2(n-1)^{\text{ième}}$ classe; de là on conclut qu'une courbe unicursale de degré n est généralement de $2(n-1)^{\text{ième}}$ classe.

Dvořák (*Č.*). — Sur la répulsion produite par le son. (113-123).

L'auteur décrit une série d'expériences intéressantes concernant la répulsion acoustique. Si l'on approche un diapason vibrant d'un résonnateur fixé à un levier tournant autour d'un axe vertical, le résonnateur éprouve une répulsion. Cela s'explique par ce fait qu'il y a aux nœuds d'une masse d'air vibrante une pression moyenne plus grande qu'en d'autres points; c'est un fait qu'il est aisé de constater, soit par la voie expérimentale, soit par un calcul simple. L'expérience devient très-élégante si l'on forme, à l'aide de quatre résonnateurs, une sorte de roue à réaction acoustique. L'auteur se propose de construire, en guise de balance de Coulomb, une balance acoustique dont on se servirait pour mesurer l'intensité du son.

Strnad (*A.*). — Sur la transformation par rayons vecteurs réciproques. (124-145).

Théorie de cette transformation dans le plan, avec de nombreux exemples, qui mettent en évidence le parti qu'on en peut tirer en Géométrie.

Mikši' (*Marko*). — Des relations de la pyramide et des polyèdres avec les progressions, notamment avec les progressions arithmétiques et géométriques. (145-165).

Koláček (*Fr.*). — Sur le mouvement d'une masse liquide contenue dans un vase cylindrique à base circulaire, sous l'action de la pesanteur. (167-188).

L'auteur traite ce problème en se fondant sur les équations déduites des *Vorlesungen über mathematische Physik* de Kirchhoff. Parmi les résultats qui se rattachent spécialement au problème traité, citons celui-ci. Si le liquide se décompose en plusieurs systèmes sectoriaux, le mouvement oscillatoire peut avoir lieu d'une infinité de manières, et pour chacune il existe un système de cercles concentriques dépourvus de toute vitesse radiale. Les rayons $r_1, r_2, \ldots, r_n$ de ces cercles ont des rapports invariables, étant proportionnels aux racines d'une certaine équation.

Řehořovský (*V.*). — Sur la construction analytique des surfaces gauches. (188-226).

L'auteur développe les propriétés descriptives des surfaces gauches, en partant des équations de la génératrice

$$y = \alpha x + \beta, \quad z = \gamma x + \delta,$$

$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ étant des fonctions d'une variable t. Énumérons les matières qu'il traite : équation du plan tangent; égalité du rapport anharmonique de quatre plans tangents menés par une génératrice avec le rapport anharmonique des points de contact; involution des points d'une génératrice dont les plans tangents forment des angles droits; point central; plan central; plan asymptotique; paraboloïde des normales; lignes de contour; sections planes et leurs asymptotes; surface développable asymptotique; cône directeur; ligne de striction (exemples : paraboloïde hyperbolique, hyperboloïde à une nappe); paramètre d'une génératrice; sommets et arêtes; lignes doubles (exemple : lignes doubles de l'hélicoïde gauche); trajectoires orthogonales des génératrices, déterminées à l'aide d'une quadrature; hyperboloïde osculateur; équation différentielle des lignes asymptotiques; leurs plans osculateurs sont tangents à la surface; détermination des lignes asymptotiques dans le cas des conoïdes $y = \alpha x$, $z = \delta$.

En poursuivant l'étude des points d'intersection d'une droite avec la surface gauche, l'auteur montre qu'il y a généralement sur chaque génératrice *deux* points (réels, distincts ou coïncidants, ou imaginaires) dont les tangentes principales ont quatre points voisins communs avec la surface; le lieu de ces points constitue deux courbes, que l'auteur désigne sous le nom de lignes *hyperasymptotiques*. Sur ces deux courbes il y a des points, en nombre fini, dont les tangentes principales passent par cinq points consécutifs de la surface. En terminant, l'auteur résout ce problème : « Quelles doivent être les fonctions $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ pour que toute tangente principale ait quatre points consécutifs communs avec la surface ? » Le problème est formulé par trois équations différentielles du troisième ordre entre la variable $\alpha = t$ et les fonctions β, γ, δ. *L'auteur intègre complètement ces équations en effectuant neuf intégrations, et il trouve que la surface cherchée est du second degré;* de là cette conclusion, que les surfaces du second degré sont les seules qui aient deux systèmes de génératrices rectilignes.

Zahradník (*K.*). — Propriétés de certains groupes de points sur une conique. (227-235).

Par tout point A d'une ellipse il passe trois cercles osculateurs de la conique; leurs points de contact A_1, A_2, A_3 forment des groupes d'une involution cubique. Les triangles $A_1 A_2 A_3$ sont d'aire maximum parmi les triangles inscrits à la conique; leur centre de gravité est au centre de la conique. Le lieu du centre du cercle circonscrit au triangle $A_1 A_2 A_3$ est une conique de mêmes axes que l'ellipse donnée; le lieu du point de concours des hauteurs de ce triangle est encore une conique, etc.

Ed. W.

TIDSSKRIFT FOR MATHEMATIK. Udgivet af H.-G. ZEUTHEN (4e série) (¹).

Tome I; 1877.

Westergaard (*H.*). — Une formule de statistique de la mortalité. (1-2).

Juel (*C.*). — Démonstration géométrique de quelques propriétés des courbes unicursales du troisième et du quatrième ordre. (17-27).

L'auteur prend pour point de départ la génération des courbes par des faisceaux projectifs de droites et de coniques.

Zeuthen (*H.-G.*). — Exercices de Statique graphique. (27-53).

L'article contient quarante-deux questions demandant la construction, par la règle et le compas, de polygones funiculaires appartenant soit à un système donné de forces, soit à un système de forces en partie inconnu. Dans le premier cas le polygone doit satisfaire à trois conditions données, dans le second à un plus grand nombre de conditions.

Les questions sont accompagnées des considérations théoriques dont dépend leur solution, ainsi que celles de classes assez générales de questions semblables. On se sert de l'homologie des figures formées, dans certains cas très-simples, de deux côtés d'un polygone funiculaire variable, ou de la réciprocité de ces figures et de celle que forme le pôle correspondant au polygone, etc.

Smith (*H.-J.-St.*). — Sur l'état actuel et sur les perspectives de certaines branches des Mathématiques pures. (65-96).

Traduction en danois d'un discours imprimé dans les *Proceedings of the London Mathematical Society*.

Crone (*C.*). — Sur la distribution des vingt-huit tangentes doubles aux soixante-trois systèmes de coniques quatre fois tangentes aux courbes générales du quatrième ordre. (Second article; 97-109 et 151-153).

Dans le premier article (*Tidsskrift*, 1876), l'auteur n'avait eu égard qu'aux tangentes doubles réelles; dans le présent article il distingue aussi les différentes tangentes doubles imaginaires et en montre la distribution aux soixante-trois systèmes de coniques. Il a égard à toutes les formes possibles de la courbe. (Ses recherches ont été publiées plus tard dans le Tome XII des *Mathematische Annalen*.)

(¹) Voir *Bulletin*, I_2, 207.

Thiele (*T.-N.*). — Théorèmes sur un problème de l'Astronomie théorique. (109-113).

Le même article a été publié dans le Bulletin de l'Académie de Stockholm.

Tychsen (*Camillo*). — Lagrange. (129-143).

Historique de la vie et de l'œuvre du grand géomètre.

Zeuthen (*H.-G.*). — Sur les extensions successives des définitions dans l'Algèbre élémentaire. (144-151).

Zeuthen (*H.-G.*). — Exemples de systèmes articulés variables. (161-174).

Tome II; 1878.

Lorenz (*L.*). — Sur la suite des nombres premiers. (1-3).

Soit $\varphi(n)$ le nombre de nombres premiers $\leqq n$, et soit p un nombre premier: alors $\varphi(p)$ se détermine avec une approximation notable par l'équation

$$\frac{d}{dp}\log[\varphi(p^2)-\varphi(p)] = \frac{2-\varphi'(p)}{p}.$$

Juel (*C.*). — Démonstrations géométriques et élémentaires. (4-13).

L'auteur réduit les démonstrations des théorèmes de Newton, Carnot et Pascal sur les coniques à l'usage de triangles semblables.

Petersen (*Julius*). — Démonstration d'un théorème de Jacobi. (14-15).

Simplification de la démonstration du lemme de Jacobi qui conduit, dans la théorie des fonctions abéliennes de Clebsch et Gordan, au théorème d'Abel.

Zeuthen (*H.-G.*). — Squelette d'une théorie géométrique et élémentaire des sections coniques. (33-54; 65-76; 109-124; 132-148).

L'article, qui est le résumé d'un Cours professé à l'Université, se compose des sections suivantes : lemmes; définitions et propriétés fondamentales; constructions et théorèmes sur les tangentes; constructions de coniques et théorie des coniques confocales; directrices; diamètres de l'ellipse et de l'hyperbole; applications d'une transformation et étude de propriétés particulières à l'ellipse ou à l'hyperbole; diamètres de la parabole; sections planes d'un cône droit; théorèmes de Pascal et de Brianchon; sections d'un cône oblique; pôles et polaires; addition sur les coniques confocales.

Le point de départ de la théorie est la définition des trois coniques par leurs propriétés focales. Les propriétés des tangentes résultent d'une discussion de la construction d'un cercle passant par un point donné, tangent à un cercle donné et

ayant le centre sur une droite donnée. Les propriétés variées des foyers et des tangentes conduisent à celles des directrices et diamètres, sans qu'on se serve d'autres moyens que ceux que présente la Géométrie plane la plus élémentaire; mais, pour démontrer les théorèmes de Pascal et de Brianchon et les propriétés polaires, on fait usage de considérations stéréométriques.

Le but de l'auteur a été le même que celui de Steiner dans ses Leçons publiées par M. Geiser sous le titre de *Die Theorie der Kegelschnitte in elementarer Darstellung;* mais la voie suivie en diffère, à un petit nombre de démonstrations près.

Thiele (*T.-N.*). — Remarques sur les courbes d'erreur asymétriques. (54-57).

Buchwaldt (*F.*). — Sommation de séries. (76-93).

L'auteur trouve les formules approximatives

$$\sum_{r=s}^{r=\infty} y_r = y_\infty^{(-1)} - \frac{1}{2}[y_{s-1}^{(-1)} + y_s^{(-1)}] - \frac{1}{6}(y_{s-1} - y_s) - \frac{1}{180} y_s^{(3)} + \frac{1}{360} y_s^{(5)} + v_s,$$

$$v_s = -\frac{1}{950}[y_{s-2}^{(5)} + y_{s+2}^{(5)}] + \frac{1}{2880}[y_{s-1}^{(6)} + y_{s+1}^{(6)}],$$

où

$$y_r^{(n)} = \frac{d^n y_r}{dr^n}, \quad y_r^{(-1)} = \int y_r \, dr;$$

la valeur numérique de l'erreur est plus petite que v_s. Application au cas de $y_r = (a+r)^{n}$.

Pechüle (*C.*). — Urbain Le Verrier. (93-96).

Bäcklund (*A.-V.*). — Solution d'un problème de contact dans la théorie des systèmes linéaires de surfaces. (97-106).

En exemple des résultats trouvés dans cet article, qui est une addition à un Mémoire étendu du même auteur sur les surfaces géométriques (*Mémoires de l'Académie Royale Suédoise*, vol. IX, n° 9, 1871), nous citerons le suivant : « Le lieu des points de contact quatre-ponctuels d'une surface C_m d'ordre m avec des courbes d'intersection des surfaces d'un système linéaire d'ordre n et d'une infinité triple est la courbe d'intersection de C_m avec une surface d'ordre $11m + 20n - 44$.

Petersen (*Julius*). — Théorèmes sur les surfaces du second ordre. (107-108).

Johnsen (*S.-N.*). — Détermination du facteur rendant intégrable l'équation

$$s + Gpq + Rp + Sq + T = 0,$$

où G, R, S, T sont des fonctions de x, y, z, et où $p = \frac{dz}{dx}$, $q = \frac{dz}{dy}$, $s = \frac{d^2 z}{dx\,dy}$. (129-132).

Jensen (*J.-L.-W.-V.*). — Sur la solution élémentaire d'équations fondamentales. (149-155).

Bie (*L.-H.*). — Sur les congruences et leur application dans l'analyse indéterminée. (161-178).

Petersen (*Julius*). — Théorèmes géométriques. (178-180).

Hansted (*Birger*). — Théorème sur les fractions décimales purement périodiques. (180-183).

Steen (*A.*). — Sur le calcul des sommes des puissances des n premiers nombres. (183-188).

Steen (*A.*). — Réduction d'un problème de Mécanique à quadrature. (188-192).

L'auteur indique une nouvelle intégration des équations d'Euler servant à déterminer le mouvement d'un corps invariable qui n'est soumis à aucune force.

FORHANDLINGER I VIDENSKABS-SELSKABET I CHRISTIANIA (¹).

Année 1874.

Mohn (*H.*). — Température de l'air à l'intérieur et à l'extérieur de Christiania, avec ses variations avec la hauteur dans les mêmes lieux. (28-73).

Mohn (*H.*). — Contribution à la climatologie et à la météorologie de la mer Glaciale orientale. (74-106).

Lie (*S.*). — Théorie générale des équations aux différentielles partielles du premier ordre. (198-226; all.).

§ 1. Résolution d'un problème auxiliaire : « Trouver tous les systèmes d'équations de la forme

$$f_k(x_0, x_1, \ldots, x_n, \pi_0, \pi_1, \ldots, \pi_n) = 0, \quad (k = 0, 1, \ldots, \omega)$$

en vertu desquels la relation différentielle

$$\pi_0 dx_0 + \pi_1 dx_1 + \ldots + \pi_n dx_n = 0$$

(¹) Voir *Bulletin*, I_2, 90.

a lieu identiquement. » — § 2. Énoncé d'un problème général : « Étant données q équations de la forme $F_k(x_0, \ldots, x_n, \pi_0, \ldots, \pi_n) = 0$, de l'ordre zéro par rapport aux π, trouver de la manière la plus générale $n+1-q$ autres équations qui, jointes aux premières, satisfassent identiquement à la relation différentielle $\pi_0 dx_0 + \ldots + \pi_n dx_n = 0$. » — § 3. Deux théorèmes fondamentaux. — § 4. Théorie des solutions complètes. — § 5. Systèmes en involution. Leur intégration. — § 6. Réduction du problème général à celui que l'on vient de résoudre.

Lie (*S.*). — Sur la théorie du facteur d'intégrabilité. (242-254; all.).

§ 1. Transformations infinitésimales d'une équation différentielle ordinaire du premier ordre. — § 2. La connaissance d'une transformation infinitésimale d'une équation différentielle ordinaire du premier ordre est équivalente à un facteur d'intégrabilité. — § 3. Interprétation géométrique du facteur d'intégrabilité.

Lie (*S.*). — Généralisation et nouvelle appréciation de la théorie du multiplicateur de Jacobi. (255-274; all.).

§ 1. Transformations infinitésimales d'un système complet. — § 2. Réduction du problème. — § 3. Multiplicateur d'un système complet. — § 4. Détermination d'un multiplicateur au moyen de $n-1$ transformations infinitésimales. — § 5. Développement de la théorie pour le cas de trois variables. — § 6. Développement de quelques cas particuliers.

Année 1875.

Lie (*S.*). — Théorie générale des équations aux différentielles partielles du premier ordre. (1-15; all.).

§ 1. Développements préliminaires. — § 2. Réduction d'un système en involution à une seule équation. — § 3. Nouvelle méthode d'intégration de l'auteur.

Lie (*S.*). — Discussion de toutes les méthodes d'intégration des équations aux différentielles partielles du premier ordre. (16-48; all.).

§ 1. Systèmes complets. Transformations infinitésimales. — § 2. Transformations infinitésimales qui laissent invariantes certaines fonctions ou certains groupes donnés. — § 3. Théorèmes auxiliaires. — § 4. Systèmes complets en relation invariante avec des fonctions ou des groupes donnés. — § 5. La méthode d'intégration de Jacobi et Mayer. — § 6. La méthode d'intégration de l'auteur. — § 7. Le meilleur mode d'appréciation des circonstances accidentelles.

Pihl (*O.*). — Sur l'attraction entre deux disques circulaires. (260-268).

L'auteur donne une Table des valeurs de l'attraction mutuelle de deux disques égaux et parallèles, de rayon $=1000$, pour des distances variant de 0 à 20000.

Bjerknes (*C.-A.*). — Sur les forces qui se développent lorsque des corps sphériques, tout en subissant des vibrations de dilatation et de contraction, se meuvent dans un fluide incompressible. (386-400).

Année 1876.

Ce Volume ne contient aucun Mémoire de Mathématiques ([1]).

Année 1877.

Guldberg (*A.-S.*). — Contribution à la théorie des équations. (40 p.).

Les racines des équations de degré supérieur au quatrième ne peuvent pas généralement s'exprimer au moyen des racines d'équations binômes de la forme $x^n - a = 0$; mais on peut ramener la résolution des équations de degré supérieur à celle de certains types normaux d'équations, moins simples que les équations binômes, mais dont la résolution peut s'effectuer plus simplement que celle de l'équation proposée. C'est la recherche de ces types qui fait l'objet du Mémoire de M. Guldberg.

Bjerknes (*C.-A.*). — Idées de Newton sur la nature, et relation de ces idées avec la question de l'existence de l'attraction à distance. (27 p.).

Année 1878.

Ce Volume ne contient aucun Mémoire de Mathématiques.

NIEUW ARCHIEF VOOR WISKUNDE ([2]).

Tome III; 1877.

Landré (*Corn.-L.*). — Sur les solutions singulières des équations différentielles du premier ordre à deux variables. (1-20).

L'auteur démontre qu'on ne trouve pas les solutions singulières de la forme $x = a$, quand on se limite aux équations connues $\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial c} = 0$ et $\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial y} = \infty$, comme cela se trouve

---

([1]) A partir de ce Volume, les articles sont paginés séparément.

([2]) Voir *Bulletin*, I_2, 12.

dans la plupart des Manuels (Sturm, Duhamel, etc.). Il prouve qu'on ne peut être sûr d'obtenir toutes les solutions singulières qu'en combinant les conditions $\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial c} = 0$, $\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial x} = \infty$, $\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial y} = \infty$. De plus, il fait voir que les deux théorèmes : 1° « Une équation différentielle exacte n'a pas de solution singulière », 2° « Le facteur d'intégrabilité d'une équation différentielle exacte devient infini pour une solution singulière », sont incomplets, parce qu'ils ne subsistent pas pour les solutions singulières $x =$ const. ou $y =$ const.

Ainsi, l'équation différentielle exacte

$$dy - \frac{dx}{2\sqrt{x-a}} = 0,$$

proposée par Grinwis, a une solution singulière $x = a$. Sa solution générale

$$y - \sqrt{x-a} = c$$

représente en effet un système de paraboles toutes tangentes à la droite $x = a$.

Bierens de Haan (D.). — Sur la « Théorie des fonctions de variables imaginaires », par M. Maximilien Marie (suite du t. II, p. 160). (21-32).

Moors (B.-P.). — Théorie de la bascule. (33-57 et 97-112).

1. Description de la bascule de Quintenz. Conditions générales. — 2. Le plan de mouvement de chaque point de la bascule doit être parallèle au plan décrit par l'axe longitudinal du fléau. — 3. Pour que l'équilibre de la bascule soit indépendant de la position du fardeau sur la plate-forme, il faut que celle-ci se meuve parallèlement à elle-même pendant les oscillations du fléau. — 4. Examen des conditions qui expriment que l'équilibre et la sensibilité ne dépendent pas de la position du fardeau, l'inclinaison du fléau étant donnée. — 5. Construction de la section principale d'une bascule dont la plate-forme se meut parallèlement à elle-même. — 6. Conditions qui expriment que la sensibilité est grande dans toutes les positions du fléau. — 7. Le frottement. Le fardeau doit être mis près de l'axe du levier qui porte la plate-forme. — 8. Influence des petites imperfections de la construction sur l'indépendance de l'équilibre et la sensibilité de la position du fardeau. — 9. Formes de bascules dont la théorie ressemble à celle de la bascule de Quintenz. — 10. Vérification des bascules de Quintenz et de Roberval.

Brogtrop (A.-J.-M.). — Sur le complétement de la période des fractions ordinaires. (58-59).

Korteweg (D.-J.). — Quadrature de la conoïde droite à base elliptique (dite de Wallis) [1]. (60-66).

Korteweg (D.-J.). — Remarque sur les surfaces gauches en général. (66-70).

---

[1] Sujet de prix proposé par la Société.

L'auteur montre que la question de la quadrature peut toujours être ramenée à une intégration simple.

Korteweg (*D.-J.*). — Un disque à plan supérieur horizontal tourne autour d'un axe vertical avec une vitesse angulaire constante. Sur ce disque en mouvement on dépose sans choc une petite boule qui est fixée à l'axe par un fil flexible et inextensible tendu horizontalement. Dans la supposition que ce fil n'offre aucun obstacle au roulement de la boule, en combien de temps le frottement du disque contre la boule donnera-t-il à ce corpuscule la même vitesse angulaire que le disque continue à posséder [1]? (70-79).

Julius (Dr *V.-A.*). — Sur le développement d'une fonction en série de cosinus. (80-83).

Wisselink (*D.-B.*). — Propriétés remarquables d'un déterminant du troisième ordre. (84-89).

Benthem (Dr *A.-Gr.*). — Théorie des fonctions de variables complexes (suite du t. II, p. 134). (113-144).

IVe Partie : Les intégrales des fonctions d'une variable complexe. — Chap. VIII : Introduction. — Chap. IX : Les intégrales de fonctions uniformes et multiformes.

Samot (*D.-J.-A.*). — La Table générale de mortalité de la Banque nationale d'assurances sur la vie. (145-162).

Michaëlis (Dr *G.-J.*). — Quelques cas particuliers du mouvement dans un fluide incompressible. (163-185).

L'auteur montre l'analogie entre les équations hydrodynamiques et celles qui déterminent les actions magnétiques d'un courant électrique. Ainsi, le potentiel de vitesse d'une sphère qui se meut d'une vitesse S dans un fluide illimité est égal à $-\frac{8\pi}{3}$ fois le potentiel magnétique de cette sphère, si elle est magnétisée avec l'intensité S dans la même direction. L'auteur considère deux cas spéciaux du mouvement de plusieurs corps dans un fluide illimité, celui de plusieurs sphères dont les rayons sont infiniment petits par rapport aux distances de leurs centres et celui de deux ellipsoïdes.

Benthem (Dr *A.-Gr.*). — La périodicité des fonctions. (186-192).

---

(1) Sujet de prix proposé par la Société.

L'auteur divise les intégrales en quatre classes par rapport à la périodicité de leurs fonctions inverses.

Gravelaar (*N.-L.-W.-A.*). — Un théorème de la théorie des substitutions linéaires. (193-202).

L'auteur amplifie un théorème connu de O. Hesse en prouvant que le déterminant hessien d'une fonction entière de n variables s'évanouit identiquement, aussi bien que tous ses déterminants mineurs jusqu'à ceux de l'ordre $n - r + 1$, quand la fonction peut être transformée en une fonction homogène de $n - r$ variables au moyen d'une substitution linéaire dont le déterminant diffère de zéro, et réciproquement. Il applique ses résultats à la classification des sections coniques et des surfaces quadriques.

Kapteyn (Dr *W.*). — Sur la somme des puissances égales des racines de l'équation générale du second ordre. (203-207).

Bierens de Haan (*D.*). — Sur la racine carrée d'une quantité irrationnelle à quatre termes. (208-210).

Discussion d'un manuscrit de F. van Schooten, daté du 5 décembre 1632, intitulé : « De genesi et analysi potestatum », sur la racine carrée de l'expression

$$108 - \sqrt{1200} + \sqrt{2000} - \sqrt{60}.$$

Liste par ordre de matières des articles de quelques journaux mathématiques. (84-96 et 211-223).

Bibliographie mathématique et physique néerlandaise. (224).

Tome IV; 1878.

Heringa (Dr *P.-M.*). — Considérations sur la théorie des phénomènes capillaires. (1-29).

Dans la première Partie, l'auteur donne une critique défavorable des théories de Laplace, Gauss et Poisson; dans la seconde, il substitue au fluide une grande quantité de boules incompressibles et fait entrevoir une théorie nouvelle sans parvenir à des résultats de précision mathématique.

Onnen (Dr *H.*). — Annotations sur la théorie des équations essentielles des courbes planes. (30-56).

L'auteur donne le nom d'*équation essentielle* d'une courbe plane à chaque équation qui exprime comment la courbure de cette courbe varie d'un point à un autre. Ayant exposé les principes de cette théorie dans une étude précédente (t. I, p. 1), il passe d'abord à son application sur les courbes cycloïdales.

1. Construction et calcul du rayon de courbure d'une cycloïdale. — 2. Son équation essentielle proprement dite. — 3. Les cycloïdales décrites par les points du

plan de la courbe génératrice dans le cas où elle touche la directrice en un point donné. Cercle d'inflexion. Courbe focale. — 4. Les cycloïdales décrites par les points d'une droite liée à la génératrice. — 5. Courbe anticycloïdale. Cycloïdales semblables engendrées par deux génératrices qui roulent sur la même directrice. — 6. Cas où la génératrice ou la directrice est un cercle ou une droite. — 7. Hypo et épicycloïdes. — 8. Points d'inflexion et sommets.

Mantel (*W.*). — Dans la recherche de la divisibilité par un nombre premier, on simplifie les nombres considérables en diminuant leur partie antérieure de leur partie postérieure après qu'on a multiplié la dernière par un coefficient convenable. Démontrer que les coefficients dont on se sert dans un système de nombres arbitrairement choisi pour éliminer un, deux, trois, etc. des derniers chiffres montrent une période dont le nombre des termes constituants est égal à celui des chiffres de la période qu'on obtient en divisant par ce même nombre premier? (57-58).

Oskamp (Dr *G.-A.*). — On a fixé en un point de la surface d'un cylindre immobile à axe horizontal l'extrémité d'un fil flexible et inextensible de longueur donnée, dont l'autre extrémité porte une sphère massive de poids connu. Le fil étant tendu dans une direction inclinée et perpendiculaire à l'axe du cylindre, on imprime au centre de la sphère une certaine vitesse dans une direction perpendiculaire au fil et à l'axe du cylindre. Déterminer la position de la sphère et la tension du fil à une époque quelconque, le fil étant enroulé un nombre entier ou fractionnaire de fois autour du cylindre au commencement du mouvement [1]. (60-83).

Oskamp (Dr *G.-A.*). — Dans la recherche de la divisibilité, etc. [2]. (83-94).

Bierens de Haan (*D.*). — Sur la « Théorie des fonctions de variables imaginaires », par M. Maximilien Marie (suite et fin de l'art. du t. III, p. 32.) (95-99).

Stieltjes (*F.-J.-Jr.*). — Sur l'intégrale $\int_0^1 l\Gamma(x+u)\,du$. (100-104.)

---

[1] Sujet de prix proposé par la Société.

[2] Voir la même question à l'article *Mantel* (*W.*) de la présente page.

L'auteur fait voir qu'on peut trouver la valeur de l'intégrale au moyen de l'application immédiate de la définition ordinaire des intégrales définies. De plus, après avoir posé

$$\frac{d}{dx} l\Gamma(x) = \psi(x),$$

il discute la fonction plus générale

$$\psi(x,p) = \lim \left[\frac{n^{1-p}-1}{1-p} - \frac{1}{x^p} - \frac{1}{(x+1)^p} - \ldots - \frac{1}{(x+n-1)^p} \right],$$

où

$$n = \infty, \quad p > 0 \quad \text{et} \quad x > 0.$$

Gravelaar (*N.-L.-W.-A*). — Sur une certaine équation. (113-124).

L'auteur montre que les racines de l'équation

$$\begin{vmatrix} a_{11}-x & a_{12} & \ldots & a_{1n} & b_{n1} & b_{12} & \ldots & b_{1m} \\ a_{21} & a_{22}-x & \ldots & a_{2n} & b_{21} & b_{22} & \ldots & b_{2m} \\ \ldots & \ldots\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn}-x & b_{n1} & b_{n2} & \ldots & b_{nm} \\ b_{11} & b_{21} & \ldots & b_{n1} & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ b_{12} & b_{22} & \ldots & b_{n2} & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ b_{1m} & b_{2m} & \ldots & b_{nm} & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \end{vmatrix} = 0$$

sont toutes réelles.

De Roos (*J.-D.-C.-M.*). — Sur la transmission de mouvement par bielle et manivelles inégales. (125-150).

L'auteur montre que les courbes de Watt décrites par un point lié invariablement à la bielle peuvent être engendrées par trois systèmes différents; ensuite il s'occupe des courbes qu'on obtient par la transformation d'une conique aux rayons vecteurs réciproques.

Michaëlis (Dr *G.-J.*). — Remarques sur les théories des phénomènes électrodynamiques proposées par Weber, Riemann et Clausius. (151-181).

Schoute (Dr *P.-H.*). — Sur la génération d'une courbe au moyen de faisceaux projectifs. (182-194).

Van den Berg (*F.-J.*). — Sur la rectification approximative d'un arc de cercle. (200-204).

Van Geer (Dr *P.*). — Sur la « Kritische Geschichte der allgemeinen Principien der Mechanik, zweite Auflage », du Dr E. Dühring. (205-217).

La première Partie donne un aperçu de la première édition de l'Ouvrage cité (1872); la seconde Partie traite des amplifications contenues dans la seconde édition (1875) et du scandale à l'Université de Berlin, dont M. Dühring était le centre.

Liste par ordre de matières des articles de quelques journaux mathématiques. (105-112 et 218-224).

Tome V; 1879.

Onnen (Dr *H.*). — Annotations sur la théorie des équations essentielles des courbes planes (suite du t. IV, p. 56). (1-34).

9. Considérations géométriques. — 10. Considérations analytiques. — 11. Les courbes intermédiaires. — 12. Les différentes espèces des courbes cycloïdales.

Samot (*D.-J.-A.*). — Les principes de la science de l'assurance sur la vie. (35-46).

Van den Berg (*F.-J.*). — Sur une question de la théorie des nombres. (47-57).

L'auteur donne les seize solutions de la question suivante : « Trouver trois nombres, chacun de deux chiffres, dont le produit soit formé des six chiffres qui composent les trois nombres (par exemple, $72 \times 46 \times 89 = 294768$, etc.) ».

Kamerlingh Onnes (*H.*). — Sur le mouvement relatif. (58-121 et 135-186).

Chap. I. Application des méthodes d'Hamilton-Jacobi sur la théorie du mouvement relatif. — 1. La fonction des forces de Schering par rapport aux forces additionnelles de Coriolis; les équations différentielles canoniques et la fonction caractéristique du mouvement relatif. — 2. Autre déduction des équations différentielles canoniques du mouvement relatif. Exemple de deux fonctions des forces de Schering pour les mêmes forces. — 3. La fonction perturbatrice du mouvement relatif. Extension des équations perturbatrices de Schering. — 4. Sur le principe du dernier multiplicateur dans le mouvement relatif.

Chap. II. Les phénomènes qui chez le mouvement relatif remplacent les figures de Lissajous du mouvement absolu. — 1. Les éléments canoniques des figures de Lissajous. Équations différentielles et intégrales des éléments troublés. — 2. Construction des trajectoires. Position du point dans la trajectoire. — 3. Distinction des cas les plus remarquables. — 4. Cas limites. — 5. Rapport au mouvement non troublé.

Chap. III. Applications du Chapitre précédent. Sur quelques questions par rapport au pendule d'après la méthode d'Hamilton-Jacobi. — 1. Expériences de Foucault sur les vibrations d'une tige dont une des extrémités est fixée à un axe tournant. — 2. Mouvements infiniment petits d'un corps solide dont un point reste immobile sous l'action de la pesanteur, en ne tenant pas compte de la rotation de la Terre. — 3. Solution du même problème en tenant compte de la rotation de la Terre. — 4. Preuves nouvelles de la rotation de la Terre. — 5. Sur les mouvements finis, mais très petits, du pendule à suspension à la Cardan. — 6. Sur les mouvements finis, mais très petits, du pendule à suspension libre. — 7. Solution des

questions précédentes dans un cas plus simple. — 8. Sur une erreur de Hansen. — 9. Sur la formule de Bravais.

Gravelaar (*A.-W.*). — Les formules fondamentales de la goniométrie. (187-190).

Frowein (*P.-C.-F.*). — Sur une formule connue de Clausius. (191-197).

L'auteur veut remplacer l'expression $l = \frac{3}{4}\,\frac{\lambda^2}{\pi\rho^2}$, par

$$l = \frac{\lambda}{\text{log. nat.}\left(\frac{\lambda^2}{\lambda^2 - \pi\rho^2}\right)}$$

Schouten (Dr *G.*). — Trouver le temps pendant lequel un corps pesant descend, le long d'une chaînette, d'un des points de suspension jusqu'au point le plus bas, en tenant compte du frottement du corps le long de la chaînette et de la résistance de l'air, la dernière étant proportionnelle au carré de la vitesse. (198-202).

Brogtrop (*A.-J.-M.*). — Sur le nombre des chiffres contenus dans les périodes des fractions. (203-204).

Landré (*Corn.-L.*). — Sur les enveloppes d'un système de courbes. (205-208).

Considération du cas où l'équation $F(x, y, c) = 0$ est résolue par rapport au paramètre variable c.

Bierens de Haan (Dr *D.*). — Sur la réduction de puissances égales. (208-210).

Liste par ordre de matières des articles de quelques journaux mathématiques. (122-134). P.-H. Schoute.

MATHEMATISCHE ANNALEN, begründet von A. Clebsch und C. Neumann, gegenwärtig herausgegeben von F. Klein und A. Mayer (1)

Tome XIII; 1878.

Westphal (*G.*). — Sur le système simultané de deux formes qua-

(1) Voir *Bulletin*, III_2, 14.

ternaires du second degré, et sur une représentation algébrique générale, à l'aide de paramètres, des courbes de quatrième ordre, $p = 1$. (1-19).

Mayer (*A.*). — Sur l'expression la plus générale des forces potentielles intérieures d'un système de points matériels en mouvement, déduite du principe de l'égalité de l'action et de la réaction. (20-34).

Le problème posé s'énonce ainsi, au point de vue analytique : « Quelles sont les formes les plus générales des forces

$$(\mathrm{I}) \qquad \left\{ \begin{aligned} X_i &= \frac{\partial W}{\partial x_i} - \frac{d}{dt}\frac{\partial W}{\partial x'_i}, \\ Y_i &= \frac{\partial W}{\partial y_i} - \frac{d}{dt}\frac{\partial W}{\partial y'_i}, \\ Z_i &= \frac{\partial W}{\partial z_i} - \frac{d}{dt}\frac{\partial W}{\partial z'_i} \end{aligned} \right.$$

lorsqu'on demande que W soit une fonction du temps, des coordonnées et des vitesses telles que les six conditions

$$(\mathrm{II}) \qquad \sum_{i=1}^{i=n} X_i = 0, \quad \sum_{i=1}^{i=n} Y_i = 0, \quad \sum_{i=1}^{i=n} Z_i = 0,$$

$$(\mathrm{III}) \quad \sum_{i=1}^{i=n} (y_i Z_i - z_i Y_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^{i=n} (z_i X_i - x_i Z_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^{i=n} (x_i Y_i - y_i X_i) = 0$$

soient identiquement vérifiées. » Les recherches de l'auteur l'ont conduit aux résultats suivants :

1° Pour que les conditions (II) soient identiquement vérifiées, il faut que W soit une fonction arbitraire du temps, des coordonnées relatives et des vitesses relatives des points du système.

2° Les conditions (III) exigent que W soit une fonction arbitraire du temps, des distances mutuelles des points et de leurs distances à l'origine des coordonnées, ainsi que des dérivées premières de ces deux sortes de distances par rapport au temps.

Si l'on veut encore que le principe des forces vives soit vérifié, il faudra que le potentiel W soit indépendant du temps.

De ces propositions résulte, pour le cas le plus simple, le théorème suivant :

« Si l'on admet comme axiome que les forces exercées par deux points matériels l'un sur l'autre pendant leur mouvement ont un potentiel, et doivent satisfaire à la fois au principe de l'égalité de l'action et de la réaction et aux conditions du principe des forces vives, il en résulte que les deux points s'attirent ou se repoussent, suivant la direction de la droite qui les joint, avec une force R dont l'expression

ANNUAIRE DE L'OBSERVATOIRE MÉTÉOROLOGIQUE DE MONTSOURIS pour 1880: Météorologie, Agriculture, Hygiène (contenant le résumé des travaux de l'Observatoire durant l'année 1879). 9ᵉ année. In-18 de 522 pages, avec des figures représentant les divers organismes microscopiques rencontrés dans l'air, le sol et leurs eaux............. 2 fr.

La Météorologie est envisagée, à Montsouris, spécialement au double point de vue de l'agriculture et de l'hygiène.

Au point de vue de l'agriculture, l'Annuaire contient: une série de Tableaux à l'usage des agriculteurs; le relevé des observations météorologiques anciennes faites à Paris depuis 1735, et permettant d'apprécier les variations annuelles du climat du nord de la France depuis cette époque; des Notices comprenant l'examen des divers éléments climatériques qui influent sur la marche des cultures, l'époque des récoltes et leur rendement, et l'indication des instruments simples qu'il importe d'observer pour arriver à la prévision des dates et de la valeur de ces récoltes; les Tableaux résumés des observations météorologiques de 1879, comparés aux résultats économiques de l'année agricole écoulée; enfin, le résultat des études continuées depuis plusieurs années dans le but de mesurer la somme des élements de fertilité que l'atmosphère et ses pluies fournissent aux cultures, et le volume d'eau que ces dernières peuvent consommer utilement.

Au point de vue de l'hygiène, l'Annuaire contient le résumé des résultats des recherches poursuivies à Montsouris, par la Chimie et par le microscope, sur les produits accidentels, gazeux, minéraux ou de nature organique que l'on rencontre habituellement dans l'air, dans le sol et dans les eaux qui découlent de l'un et de l'autre, sur ceux que les agglomérations urbaines y développent, et, notamment. sur l'influence que les irrigations à l'eau d'égout exercent sur l'atmosphère, sur le sol et les eaux, comme sur les produits de la terre.

ANNUAIRE pour l'an 1880, publié par le Bureau des Longitudes, contenant les Notices suivantes: *Deux Ascensions au Puy-de-Dôme à dix ans d'intervalle*, par M. FAYE. — *Jonction géodésique de l'Algérie avec l'Espagne* (opération internationale exécutée sous la direction de MM. le général Ibañez et le commandant F. Perrier); par M. le Cᵗ F. PERRIER (avec deux vues de la station géodésique de M'Sabiha). — *Jonction astronomique de l'Algérie avec l'Espagne* (deuxième opération exécutée sous la direction de MM. le général Ibañez et le commandant F. Perrier); par M. le Cᵗ F. PERRIER. — *Discours prononcés à l'inauguration de la statue d'Arago,* à Perpignan (avec une belle gravure sur bois de la statue d'Arago). In-18 de 748 pages, avec la Carte des courbes d'égale déclinaison magnétique en France, au 1ᵉʳ janvier 1879............. 1 fr. 50 c.

Pour recevoir l'Annuaire franco par la poste, dans tous les pays faisant partie de l'Union postale, ajouter 35 c.

BRIOT (Ch.), Professeur à la Faculté des Sciences. — **Théorie des fonctions abéliennes.** Un beau volume in-4; 1879................ 15 fr.

CONNAISSANCE DES TEMPS ou DES MOUVEMENTS CÉLESTES, à l'usage des Astronomes et des Navigateurs, publiée par le Bureau des Longitudes, **pour l'an 1881**. Grand in-8 de plus de 800 pages avec Cartes; 1879.. 4 fr.

Pour recevoir l'Ouvrage franco par la poste, ajouter 1 fr.

Depuis le volume pour l'année 1879, la CONNAISSANCE DES TEMPS ne contient plus d'*Additions* et son prix a été abaissé à 4 fr. Les Mémoires qui composaient autrefois les *Additions* sont publiés dans les ANNALES DU BUREAU DES LONGITUDES ET DE L'OBSERVATOIRE ASTRONOMIQUE DE MONTSOURIS. (*Voir* le Catalogue).

FRANCŒUR (L.-B.). — Géodésie, ou Traité de la figure de la Terre et de ses parties, comprenant la Topographie, l'Arpentage, le Nivellement, la Géomorphie terrestre et astronomique, la Construction des Cartes, la Navigation. Leçons données à la Faculté des Sciences de Paris; 6ᵉ édition, augmentée de NOTES SUR LA MESURE DES BASES, par M. le Lieutenant-Colonel *Hossard,* Professeur de Géodésie et d'Astronomie à l'École Polytechnique, et d'une NOTE SUR LA MÉTHODE ET LES INSTRUMENTS D'OBSERVATION EMPLOYÉS DANS LES GRANDES OPÉRATIONS GÉODÉSIQUES, par M. le Commandant *Perrier*, membre du Bureau des Longitudes. In-8, avec figures dans le texte et 11 pl.; 1879................................ 12 fr.

TABLE DES MATIÈRES.

SEPTEMBRE 1879.

Ire PARTIE. — Comptes rendus et Analyses.

Mélanges.

IIe PARTIE. — Revue des publications académiques et périodiques.

Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.

Le Gérant : Gauthier-Villars.

analytique est de la forme

$$R = \frac{\partial W}{\partial r} - \frac{d}{dt}\frac{\partial W}{\partial r'},$$

W étant une fonction de la seule distance r des deux points et de sa dérivée r'. »

Weber (*H.*). — Sur certains cas d'exception qui se rencontrent dans la théorie des fonctions abéliennes. (35-48).

Dans la représentation des fonctions abéliennes au moyen des fonctions ϑ, que l'auteur a traitée en détail, pour le cas particulier de $p = 3$, dans sa monographie intitulée *Theorie der Abelschen Functionen vom Geschlecht* 3 ([1]), on rencontre, ainsi que Riemann l'a fait voir dans son Mémoire sur ce sujet, des relations particulières quand les fonctions

$$\vartheta\left[\begin{matrix}p\\h\\1\end{matrix}\left(\int_{\epsilon}^{\zeta} du_h - e_h\right)\right]$$

s'annulent identiquement. Dans le travail actuel, l'auteur traite des propriétés des fonctions abéliennes dans l'hypothèse générale que, pour un nombre quelconque m, une fonction

$$\vartheta\left[\begin{matrix}p\\h\\1\end{matrix}\left(\sum_{1,m-1}^{i}\int_{\epsilon_i}^{\zeta_i} du_h \pm \frac{1}{2}\varpi_h\right)\right]$$

s'annule identiquement (pour toutes les valeurs de $\epsilon_1, \epsilon_2, \ldots, \epsilon_{m-1}, \zeta_1, \zeta_2, \ldots, \zeta_{m-1}$). *Dans ce cas, à la caractéristique ϖ correspond un système entier de fonctions abéliennes, formant des expressions linéaires et homogènes à coefficients arbitraires de m semblables fonctions.* La réciproque de cette proposition est vraie aussi.

L'auteur applique ce théorème aux fonctions hyperelliptiques, en indiquant pour les diverses classes de fonctions abéliennes le nombre des systèmes qui peuvent se présenter. Il montre ensuite que, pour $p = 3$, l'évanouissement d'une fonction ϑ paire pour une valeur nulle de l'argument détermine déjà la classe des fonctions comme étant hyperelliptique, tandis que, pour $p = 4$, par la dégénérescence de deux systèmes de fonctions abéliennes, la classe des fonctions devient elliptique, ce qui entraîne l'évanouissement de huit autres fonctions ϑ paires.

Harnack (*Ax.*). — Remarques concernant la Géométrie sur une surface réglée du quatrième ordre [Complément au Mémoire de l'auteur, *Math Annalen*, t. XII, p. 47 ([2])]. (49-52).

Mayer (*A.*). — Les criteriums du maximum et du minimum des intégrales simples dans les problèmes isopérimétriques. (53-68).

Voir le *Repertorium* de Königsberger, t. II, p. 65.

([1]) Berlin, 1876.
([2]) Voir *Bulletin*, III_2. 145.

Bäcklund (*A.-V.*). — Sur les équations aux différentielles partielles d'ordre supérieur possédant des intégrales premières intermédiaires. (69-108).

Voir le *Repertorium* de Königsberger, t. II, p. 197.

Brioschi (*F.*). — Sur la résolution des équations du cinquième degré. (109-160).

Dans ce Mémoire, l'auteur a rassemblé ses recherches devenues célèbres sur les équations du cinquième degré, et il en indique la correspondance avec les travaux des autres géomètres sur le même sujet.

Ire Section. Les équations du multiplicateur dans la transformation des fonctions elliptiques.

IIe Section. Les propriétés des équations de Jacobi du quatrième et du sixième degré.

IIIe Section. L'abaissement de l'équation du sixième degré de Jacobi.

IVe Section. Les résolvantes de Malfatti, de Ruffini et de Cayley.

Ve Section. Sur la résolvante de Kronecker.

Voss (*A.*). — Sur certains déterminants. (161-167).

L'auteur considère un déterminant de $n+r+1$ lignes D_{r+1}, formé avec n fonctions binaires homogènes de même ordre et avec leurs dérivées, et s'annulant pour $n=r$. Si D_n s'annule, il existera entre les fonctions une relation linéaire à coefficients constants; si D_{n-1} s'annule (et par suite aussi D_n), il existera entre les coefficients une relation quadratique homogène; si enfin D_{n-2} s'annule, on aura alors deux relations linéaires homogènes différentes de même nature que ci-dessus, et les premiers déterminants mineurs de D_n seront tous nuls.

Voss (*A.*). — Sur quatre tangentes à une courbe gauche du troisième ordre. (168-174).

Quatre droites données dans l'espace ne peuvent être tangentes à une courbe gauche du troisième ordre que si elles appartiennent à un complexe de droites du quatrième degré. Dans cette hypothèse, il existe alors ∞^1 courbes de cette espèce, et les tangentes des ∞^1 courbes ayant trois tangentes fixes touchent l'hyperboloïde de ces droites le long de deux génératrices fixes que l'on peut appeler le couple hessien de ces tangentes.

Brill (*A.*). — Sur la courbe hessienne. (175-182).

Cette Note est consacrée à l'étude des propriétés du système de points d'intersection de la courbe hessienne H d'une courbe algébrique f en un point multiple de celle-ci, et à la détermination des propriétés que doit posséder une fonction p pour satisfaire à l'identité $H \equiv \alpha\varphi + \beta f$ dans le voisinage du point correspondant.

Bobylew (*D.*). — Sur la distribution de l'électricité sur des conducteurs composés de parties hétérogènes. (183-231).

M. Bobylew calcule la distribution des fluides électriques libres sur un conducteur formé de plusieurs parties hétérogènes. Dans son introduction, il établit les

conditions générales de l'équilibre électrique : il faut que le potentiel de toute l'électricité libre à l'intérieur de chaque partie homogène ait une valeur constante; de plus, il faut que, dans le passage d'une partie homogène à une autre, la valeur de ce potentiel éprouve, à la surface de séparation, un saut brusque déterminé; la grandeur de ce changement brusque dépend seulement de la nature des deux substances et de la température. On peut satisfaire à ces conditions de l'équilibre électrique en admettant sur la surface externe du conducteur hétérogène une couche électrique simple, et au contraire, sur les surfaces de séparation où se touchent les parties hétérogènes, une double couche électrique, analogue à la double surface magnétique. Alors, sur les lignes de séparation où les surfaces de séparation rencontrent la surface extérieure, l'épaisseur électrique est nécessairement infinie.

M. Bobylew établit maintenant un tel potentiel pour le cas où le conducteur hétérogène a la forme d'une sphère et se compose de deux parties qui sur la surface sphérique extérieure ont pour limite commune un cercle. Il y parvient en faisant usage des coordonnées dont s'est servi M. Mehler dans son Mémoire sur la distribution de *l'électricité statique sur un corps limité par deux calottes sphériques* (1).

L'auteur applique ensuite sa formule à la détermination de l'état d'équilibre électrique sur une colonne galvanique non fermée, dont la surface extérieure a la forme sphérique, puis à la détermination de l'état d'équilibre sur deux conducteurs hétérogènes et de leur mutuelle action électrostatique ; ces conducteurs sont une sphère pleine et une couche sphérique limitée par deux surfaces sphériques concentriques, et chacun d'eux est formé de deux parties homogènes qui se touchent suivant un plan passant par le centre des sphères.

Voss (*A.*). — Sur les courbes gauches et les surfaces développables. (232-248).

Pour qu'une droite coupe deux tangentes voisines d'une courbe gauche, il faut qu'elle soit une droite rencontrant la courbe ou une tangente à sa surface développable. L'équation de la courbe en coordonnées de lignes est donc représentée par un discriminant, qui, en vertu de l'identité entre les coordonnées homogènes de la droite, doit se décomposer en deux facteurs rationnels. Ces circonstances s'expliquent algébriquement sur les courbes rationnelles; en particulier, l'étude de la courbe rationnelle du troisième ordre R_3 fournit l'occasion d'interpréter géométriquement le système de formes des formes quadratiques.

Netto (*E.*). — Nouvelle démonstration d'un théorème fondamental de la théorie des substitutions (249-250).

Nouvelle démonstration du théorème de Cauchy généralisé par M. Sylow (2) : « Si l'ordre d'un groupe est divisible par une puissance d'un nombre premier, le groupe en contient un autre de l'ordre de cette puissance. »

Du Bois-Reymond (*P.*). — Note sur la convergence d'intégrales dont l'argument ne s'annule pas. (251-254).

(1) *Journal de Crelle*, t. 68.
(2) *Mathematische Annalen*, t. V.

Un exemple de convergence absolue et sans changement de signe de l'argument, qui ne s'annule pas, est fourni par l'intégrale

$$\int^{\infty} d\alpha . \alpha e^{-\alpha^6 \sin^2 \alpha}.$$

Cette intégrale converge, tandis que $\alpha e^{-\alpha^6 \sin^2 \alpha}$, pour α positif, est positif, et, pour $\frac{\alpha}{\pi}$ égal à un nombre entier, prend la valeur α.

L'auteur fait voir que ce fait est un cas particulier du théorème général suivant : « Si, en désignant par $\varphi(\alpha)$ et $\psi(\alpha)$ des fonctions qui deviennent infinies avec α sans maxima, l'intégrale

$$\int^{\infty} d\alpha \frac{\varphi(\alpha \pm a)}{\sqrt{\psi(\alpha)}}$$

converge pour des valeurs de a assez petites; l'intégrale

$$\int^{\infty} d\alpha \varphi(\alpha) e^{-\psi(\alpha) \sin^2 \alpha}$$

sera aussi convergente. »

Neumann (*C.*). — Recherches sur le potentiel logarithmique et le potentiel newtonien. (255-300).

Analyse faite par l'auteur de son Livre, publié à Leipzig, 1877, XVI-368 p.

Cremona (*L.*). — Sur les hexaèdres polaires dans les surfaces du troisième ordre. (301-304).

Si l'on a

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 0,$$

l'équation

$$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + x_4^3 + x_5^3 + x_6^3 = 0$$

pourra s'écrire sous chacune des *dix* formes

$$(x_2 + x_3)(x_3 + x_1)(x_1 + x_2) + (x_4 + x_5)(x_5 + x_6)(x_6 + x_4) = 0,$$

....

Ces formes représentent les dix couples de trièdres conjugués qui appartiennent à un hexaèdre complet. Un tel hexaèdre est polaire (¹) et correspond à un *double six* (Schläfli). Pour la surface, il existe trente-six hexaèdres; si l'un d'eux, $x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6$, est donné, les trente-cinq autres dépendent d'une équation quadratique. Le problème de ramener l'équation de la surface à une somme de six cubes exige la résolution d'une équation cubique. Chaque hexaèdre détermine une développable de troisième classe, tangente aux six plans; maintenant, comme deux de ces développables ont cinq plans tangents communs, alors, pour une surface sur laquelle les vingt-sept droites sont connues, les hexaèdres conduisent à une construction du *pentaèdre de Sylvester*. Au moyen de la développable, cette construction devient identique à ce problème : « Déterminer les cinq points communs d'intersection

(¹) Reye, *Journal f. Mathem.*, t. 78.

de deux courbes planes du troisième ordre ayant un point double et dont chacune passe par le point double de l'autre. »

Lüroth (*J.*). — Sur les groupes de points projectifs cycliquement dans le plan et dans l'espace. (305-319).

Problème. — « Dans le plan ou dans l'espace, déterminer n points réels $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ de manière qu'il existe des transformations projectives du plan (ou de l'espace) qui changent a_1 en a_2, a_2 en a_3, ..., a_n en a_1. »

L'auteur détermine d'abord ceux des éléments qui ne changent pas dans une pareille transformation, et il obtient alors, pour la situation des groupes, les résultats suivants :

Dans le plan, un groupe projectif cycliquement de cinq points au moins ne peut être situé que sur une droite ou sur une conique.

Dans l'espace, un groupe projectif cycliquement de six points au moins peut être situé ou sur un plan, ou sur deux plans et en même temps sur deux cônes (n droites), ou sur un hyperboloïde à une nappe.

Voss (*A.*). — Sur la théorie des substitutions orthogonales. (320-374).

On entend ici par *substitutions orthogonales* les substitutions (réelles ou imaginaires) qui transforment en elle-même une forme quadratique $\sum_1^n x_i^2$. L'auteur étudie à ce point de vue les cas particuliers de ces substitutions, d'après la nature de leur équation caractéristique, et fait voir en même temps comment des substitutions générales peuvent être composées au moyen de substitutions plus simples, d'un caractère désigné d'avance. La relation avec certaines représentations sur lesquelles sont fondées ces considérations générales est développée en particulier pour les substitutions qui transforment en eux-mêmes un couple de points, une conique, une surface du second ordre ou enfin l'espace linéaire.

Gordan (*P.*). — Sur la résolution des équations du cinquième degré. (375-404).

Oppolzer (*Th. v.*). — Sur quelques relations entre les sommes de combinaisons des carrés des carrés des nombres pairs et impairs. (405-410).

Le produit suivant, dans lequel on désigne par n un nombre quelconque et par d un nombre entier et positif,

$$(1)\quad P_{(d-1)} = [n+(d-1)][n+(d-2)]\ldots(n+2)(n+1)n(n-1)(n-2)[n-(d-2)][n-(d-1)],$$

étant ordonné suivant les puissances de n, prend la forme

$$(2)\qquad P_{(d-1)} = \sum_{p=1}^{p=d} (-1)^{d-p} \frac{n^{p-1}}{2^{2(d-p)}} C^{d-p}[2^2, 4^2, \ldots, (2d-2)^2],$$

le symbole C représentant la somme des combinaisons sans répétition des éléments renfermés entre crochets pour la classe $(d-p)$. Si l'on pose $n = m + \frac{1}{2}$, $P_{(d-1)}$ prendra la forme

$$(3)\quad P_{(d-1)} = \left[m + \left(d - \frac{1}{2}\right)\right] \sum_{=1}^{p=d} (-1)^{d-p} \frac{m^{2p-2}}{2^{2(d-p)}} C^{d-p}[1^2, 3^2, \ldots, (2d-3)^2],$$

ou

$$(4)\quad P_{(d-1)} = (n+d) \sum_{p=1}^{p=d} (-1)^{d-p} \frac{\left(n - \frac{1}{2}\right)^{2p-2}}{2^{2(d-p)}} C^{d-p}[1^2, 3^2, \ldots, (2d-3)^2].$$

Si l'on égale entre elles les expressions (2) et (4), on obtient une multitude de relations particulières entre les sommes de combinaisons, cette équation subsistant pour toutes les valeurs de n, et par suite les coefficients des diverses puissances de n devant être égaux de part et d'autre. De plus, par des différentiations et des intégrations répétées par rapport à n, on trouve des relations qui sont importantes pour le calcul des coefficients numériques dans le calcul des intégrales.

Bäcklund (*A.-V.*). — Sur la théorie des caractéristiques des équations aux différentielles partielles du second ordre. (411-428).

L'auteur donne une extension de la théorie connue des caractéristiques des équations aux différentielles partielles du second ordre à deux variables indépendantes aux équations aux différentielles partielles du second ordre à n variables indépendantes.

Schubert (*H.*). — Les nombres fondamentaux et les dégénérescences des courbes cubiques planes de genre zéro. (Deuxième Partie des « Contributions à la Géométrie numérique ». Voir *Mathematische Annalen*, (t. X, p. 1-116). (429-539).

La Section IV traite de la détermination des nombres, fondée par Chasles et par Zeuthen, et dans laquelle on ramène le nombre des figures supérieures aux nombres des figures plus simples. Cette réduction est éclaircie par des exemples; en particulier, on obtient, d'après cette méthode, l'extension des nombres de Zeuthen pour les systèmes de courbes planes situés dans un plan fixe aux systèmes de courbes planes dans l'espace.

La Section V détermine les nombres des courbes cubiques planes à point de rebroussement, et la Section VI les nombres des courbes cubiques planes à point double.

Koenigsberger (*L.*). — Réduction du problème de transformation des intégrales hyperelliptiques. (540-547).

Dans le *Journal de Crelle*, t. 81, l'auteur a indiqué des relations qui existent entre les différentielles des intégrales hyperelliptiques de première espèce lorsque, entre des intégrales hyperelliptiques d'ordre différent, il existe une relation quelconque linéaire par rapport aux intégrales et à coefficients constants. Ces relations sont encore simplifiées dans le présent Mémoire et sont mises sous une forme qui

est importante pour l'étude de la réductibilité des intégrales hyperelliptiques d'ordre quelconque à des intégrales de même espèce d'ordre inférieur.

Soient

$$\int^{z_1} f[z, \sqrt{R(z)}]\,dz \quad \text{et} \quad \int^{y} F[y, \sqrt{R_1(y)}]\,dy,$$

où

$$\sqrt{R(z)} = \sqrt{(z-a_1)(z-a_2)\ldots(z-a_{2p+1})},$$

$$\sqrt{R_1(y)} = \sqrt{(y-\alpha_1)(y-\alpha_2)\ldots(y-\alpha_{2\sigma+1})},$$

les intégrales hyperelliptiques qui entrent dans la relation indiquée; on aura les équations

$$\frac{dy_1}{\sqrt{R_1(y_1)}} + \frac{dy_2}{\sqrt{R_1(y_2)}} + \ldots + \frac{dy_\sigma}{\sqrt{R_1(y_\sigma)}} = \frac{2F_0(z_1)dz_1}{\sqrt{R(z_1)}},$$

$$\frac{y_1\,dy_1}{\sqrt{R_1(y_1)}} + \frac{y_2\,dy_2}{\sqrt{R_1(y_2)}} + \ldots + \frac{y_\sigma\,dy_\sigma}{\sqrt{R_1(y_\sigma)}} = \frac{2F_1(z_1)dz_1}{\sqrt{R(z_1)}},$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

$$\frac{y_1^{\sigma-1}dy_1}{\sqrt{R_1(y_1)}} + \frac{y_2^{\sigma-1}dy_2}{\sqrt{R_1(y_2)}} + \ldots + \frac{y_\sigma^{\sigma-1}dy_\sigma}{\sqrt{R_1(y_\sigma)}} = \frac{2F_{\sigma-1}(z_1)dz_1}{\sqrt{R(z_1)}}.$$

Ici $y_1, y_2, \ldots, y_\sigma$ sont les racines d'une équation algébrique dont les coefficients sont des fonctions rationnelles de z_1.

$$\sqrt{R_1(y_1)},\ \sqrt{R_1(y_2)},\ \ldots,\ \sqrt{R_1(y_\sigma)}$$

peuvent s'exprimer par des fonctions rationnelles des quantités y correspondantes et de z_1, multipliées par $\sqrt{R(z_1)}$.

Lüroth (*J.*). — Nouvelle démonstration de ce théorème, que toute courbe du quatrième ordre n'est pas inscriptible dans un quintilatère. (548-554).

Harnack (*Ax.*). — Sur une propriété des coefficients de la série de Taylor. (555-558).

Résultat. — Tout terme de la série de Taylor, considéré en lui-même, a la propriété de fournir avec le plus petit *écart* (*Abweichung*) possible, sur tous les cercles concentriques décrits de l'origine comme centre à l'intérieur du cercle de convergence, une représentation de la fonction par *une seule* puissance de la variable.

Par *écart* (erreur) l'auteur entend l'intégrale de la norme de la différence entre les valeurs de la fonction et de la puissance, prise le long de la circonférence du cercle.

Grassmann (*H.-E.*). — Sur la théorie des rayons réciproques. (559-560).

Cayley (*A.*). — Un théorème sur les groupes. (561-565; angl.).

Meutzner (*P.*). — Théorèmes sur les polygones réguliers. (566-570).

L'auteur démontre le théorème suivant, étroitement lié avec le théorème de Stewart : « Si l'on abaisse, des sommets d'un polygone régulier inscrit ou des points de contact d'un polygone régulier circonscrit à un cercle de rayon R, et ayant m côtés, des perpendiculaires sur une droite, la somme des $n^{\text{ièmes}}$ puissances de ces perpendiculaires ($n < m$) est égale à

$$m(\nu^n + AR^2\nu^{n-2} + BR^4\nu^{n-4} + CR^6\nu^{n-6} + \ldots),$$

ν étant la distance de la droite au centre du cercle et les coefficients ayant pour valeurs

$$A = \frac{n(n-1)}{2^2},$$

$$B = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2^2.4^2},$$

$$C = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{2^2.4^2.6^2},$$

....

Pour n impair, la droite doit être extérieure au polygone.

Neumann (*C.*). — Sur la composition des accélérations produites suivant la loi de Weber. (571-572).

Extrait des *Berichte der königl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften*, 11 mars 1878.

Neumann (*C.*). — Sur la théorie de la représentation conforme d'une surface plane sur une surface circulaire. (573-574).

Extrait des *Berichte der königl. Sächs. Ges. d. Wiss.*, 30 juillet 1877.

La fonction par laquelle la partie infinie d'une courbe qui s'étend à l'extérieur d'une courbe fermée est représentée sur une surface circulaire de rayon arbitraire, de manière qu'au centre de ce cercle corresponde un point déterminé α du plan, est interprétée au moyen du potentiel logarithmique d'une unité de masse concentrée au point α et d'une distribution équipotentielle de la masse sur la courbe qui limite l'aire.

Prix proposé par la Société Jablonowski, à Leipzig, pour l'année 1881.

« Étudier le mouvement de la comète d'Encke, en ayant égard à toutes les forces perturbatrices qui peuvent exercer une influence, provisoirement du moins, dans l'intervalle de temps écoulé depuis l'année 1848. »

Ax. H.



Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.

TABLE DES MATIÈRES.

NOVEMBRE 1879.

Ire PARTIE. — Comptes rendus et Analyses.

Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.

Le Gérant : GAUTHIER-VILLARS.

M. André traite de la sommation de ces séries, qui rentrent d'ailleurs, comme cas particuliers, dans les séries étudiées par lui dans un Mémoire inséré dans les *Annales de l'École Normale supérieure* (2e série, t. VIII, p. 151). Voici les résultats auxquels il parvient :

$$A_t = \sum g_{i,j} x^{2i} \cos 2jx + \sum h_{i,j} x^{2i+1} \sin 2jx,$$

les $\sum$ s'étendant, le premier à tous les systèmes de valeurs des entiers non négatifs i et j qui satisfont à la relation

$$i + j^2 \leqq t,$$

et le second à tous ceux qui satisfont à la relation

$$i + j^2 \leqq t - 1 :$$

$$B_t = \sum g_{i,j} x^{2i} \sin(2j+1)x + \sum h_{i,j} x^{2i-1} \cos(2j+1)x,$$

$$C_t = \sum g_{i,j} x^{2i} \cos(2j+1)x + \sum h_{i,j} x^{2i-1} \sin(2j+1)x.$$

Dans ces deux dernières formules, les $\sum$ s'étendent, le premier à tous les systèmes de valeurs des entiers non négatifs i et j qui satisfont à la relation

$$i + j^2 + j \geqq t,$$

le second à tous ceux qui satisfont à la relation

$$i + j^2 + j \geqq t - 1.$$

Hall (A.). — Observations et orbites des satellites de Mars avec les éphémérides pour 1879. *Traduction et résumé par M. P. Guieysse.* (143-162).

Historique de la découverte, par M. Hall, des deux satellites de Mars, *Deimos* et *Phobos :* discussion des observations, calculs relatifs aux orbites et aux éphémérides.

Boussinesq. — Complément à une étude de 1871 sur la théorie de l'équilibre et des mouvements des solides élastiques dont certaines dimensions sont très petites par rapport à d'autres. (163-192).

I. Caractère distinctif des modes d'équilibre que présentent les corps très-allongés ou très-aplatis (tiges et plaques).

II. Des modes d'équilibre d'un prisme qui servent de type à ceux d'un tronçon de tige.

III. Application à la théorie des tiges.

Sourander. — Sur l'équation dont dépendent les inégalités séculaires des planètes. (193-208).



L'auteur démontre la proposition de Kummer sur la décomposition en sept carrés du discriminant de cette équation dans le cas où elle est du troisième degré.

Dostor (*G.*). — Propriétés générales des polyèdres réguliers étoilés. (209-226).

I. Relations générales entre les rayons des trois sphères, l'une inscrite à un polyèdre régulier quelconque, l'autre tangente aux arêtes et la troisième circonscrite au polyèdre régulier.

II. Inclinaison mutuelle des faces adjacentes dans les polyèdres réguliers.

III. Expressions générales des rayons des trois sphères, en valeur de l'arête des polyèdres réguliers.

Resal (*H.*). — Résumé d'une conférence sur la théorie mathématique de l'élasticité faite aux élèves de l'École Polytechnique (promotion de 1877-1879). (227-248).

Sommations qui représentent les composantes des pressions. — Expression des pressions en fonction des déplacements. — Interprétation géométrique des formules qui représentent les pressions intérieures. — De la torsion des prismes. — Application au cylindre elliptique. — De la flexion d'un prisme. — Équation à laquelle doit satisfaire le périmètre pour que les hypothèses précédemment faites soient admissibles. — Deuxième solution du problème au moyen de fonctions algébriques.

Laurent. — Mémoire sur les équations simultanées aux dérivées partielles du premier ordre à une seule fonction inconnue. (149-284).

La méthode proposée par M. Laurent pour l'intégration d'un système (complétement intégrable) d'équations simultanées aux dérivées partielles du premier ordre, à une seule fonction inconnue, repose sur la théorie des systèmes aux différentielles totales, théorie qu'il commence par rappeler dans ses traits essentiels, en simplifiant la démonstration de M. Mayer relative aux conditions d'intégrabilité d'un tel système. Il parvient aux conclusions suivantes :

Désignons par $f_1, f_2, \ldots, f_n$ des fonctions données des variables $x_1, x_2, \ldots, x_m$, $t_1, t_2, \ldots, t_n$ et des dérivées partielles $p_1, p_2, \ldots, p_m$ d'une fonction inconnue u prises par rapport à $x_1, x_2, \ldots, x_m$; tout système d'équations aux dérivées partielles simultanées à une seule fonction inconnue u, ne renfermant pas explicitement la fonction u elle-même, pourra être présenté sous la forme

$$(1) \qquad \frac{\partial u}{\partial t_1} = f_1, \quad \frac{\partial u}{\partial t_2} = f_2, \quad \ldots, \quad \frac{\partial u}{\partial t_n} = f_n;$$

cela posé, si les équations dont le type est

$$(2) \qquad du = p_1 dx_1 + \ldots + p_m dx_m + f_1 dt_1 + \ldots + f_n dt_n$$

$$(3) \qquad \begin{cases} -dx_i = \dfrac{\partial f_1}{\partial p_i} dt_1 + \dfrac{\partial f_2}{\partial p_i} dt_2 + \ldots + \dfrac{\partial f_n}{\partial p_i} dt_n, \\ dp_i = \dfrac{\partial f_1}{\partial x_i} dt_1 + \dfrac{\partial f_2}{\partial x_i} dt_2 + \ldots + \dfrac{\partial f_n}{\partial x_i} dt_n \end{cases}$$

forment un système d'équations aux différentielles totales que l'on puisse intégrer de telle sorte que pour $t_1 = t_1^0, \ldots, t_n = t_n^0$ les quantités $x_1, x_2, \ldots, x_m, p_1, p_2, \ldots, p_m$, u se réduisent à $x_1^0, x_2^0, \ldots, x_m^0, p_1^0, p_2^0, \ldots, p_m^0, u^0$ respectivement, les équations (1) seront satisfaites par la valeur de u que l'on obtiendra en éliminant $x_1^0, \ldots, x_m^0$, $p_1^0, \ldots, p_m^0, p_1, p_2, \ldots, p_m$ entre les intégrales du système (2) et les équations

$$u^0 = \varpi(x_1^0, \ x_2^0, \ \ldots, \ x_m^0)$$

$$p_1^0 = \frac{\partial \varpi}{\partial x_1^0}, \quad p_2^0 = \frac{\partial \varpi}{\partial x_2^0}, \quad \ldots, \quad p_m^0 = \frac{\partial \varpi}{\partial x_m^0},$$

où ϖ désigne une fonction arbitraire.

Réciproquement, si l'on connaît une solution des équations (1) renfermant, outre la constante additive que l'on peut toujours introduire, m autres constantes $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$, le système (3) sera intégrable et les intégrales de ce système seront données par les formules

$$\frac{\partial u}{\partial x_i} = p_i, \quad \frac{\partial u}{\partial \alpha_i} = -\beta_i, \quad i = 1, 2, \ldots, m;$$

les valeurs de $x_1, x_2, \ldots, x_m, p_1, p_2, \ldots, p_m$ tirées de ces équations et portées dans l'équation

$$du = p_1 dx_1 + \ldots + p_m dx_m + f_1 dt_1 + \ldots + f_n dt_n$$

rendront cette équation intégrable, et la valeur de u que l'on en déduira sera précisément la solution complète en question.

L'auteur obtient ensuite les conditions d'intégrabilité du système (2), (3), en appliquant à ce système les conditions générales d'intégrabilité d'un système aux différentielles totales, traite comme exemple un système d'équations linéaires, discute les opérations à effectuer pour opérer l'intégration du système (3), montre finalement comment l'intégration d'un système de n équations aux dérivées partielles du premier ordre à une seule fonction inconnue de $m+n$ variables, ne contenant pas explicitement cette fonction inconnue, dépend de l'intégration d'un seul système d'équations canoniques contenant $2m$ équations, indique quelques simplifications obtenues par l'application des méthodes de Jacobi et de Mayer et enfin traite un exemple particulier.

Halphen. — Sur certaines propriétés métriques relatives aux polygones de Poncelet. (285-292).

Le Mémoire de M. Weill (*Journal de Mathématiques*, t. IV, p. 265) sur les polygones inscrits à un cercle, circonscrits à un autre, donne à M. Halphen l'occasion de montrer comment la théorie des fonctions doublement périodiques peut s'appliquer à la théorie des polygones de Poncelet, qui, ainsi que l'a montré Jacobi, constituent une représentation de la multiplication de l'argument dans les fonctions doublement périodiques à deux infinis.

$F(z)$ étant une telle fonction, on sait qu'il existe une équation algébrique symétrique en x, x_1 du second degré par rapport à ces deux variables entre

$$x = F(z), \quad x_1 = F(z+a);$$

réciproquement à une telle équation en x, x_1 correspond un tel mode de représentation des deux variables. Soient maintenant deux coniques A, B et soient P, P_1 les points de rencontre de A avec une tangente à B; en supposant les points de la

conique A représentés uniformément au moyen d'un paramètre variable, on voit que le mode de représentation qui vient d'être exposé convient aux paramètres des deux points P, P_1. Si donc on construit une ligne polygonale inscrite dans A, circonscrite à B, les paramètres successifs des sommets P, $P_1, \ldots, P_{m-1}$ seront $F(z)$, $F(z+a), \ldots, F[z+(m-1)a]$.

Pour que la ligne polygonale se ferme et forme un polygone de m côtés, il faut et il suffit qu'on ait

$$F(z+ma)=F(z);$$

cette égalité a lieu pour $2z+ma=\alpha+\alpha'$, α et α' étant les infinis de $F(z)$; cette équation détermine quatre points particuliers P. Si l'on prend l'un d'eux pour le premier sommet de la ligne polygonale, cette ligne se replie sur elle-même et se ferme sans constituer un polygone véritable. On voit aisément quels sont ces points P. Si m est un nombre pair, P est le sommet de rang $\frac{m}{2}+1$ d'une ligne polygonale dont le premier sommet est l'un des quatre points communs à A et à B. Si m est un nombre impair, P est le sommet de rang $\frac{m+1}{2}$ d'une ligne polygonale dont l'extrémité est le point de contact de A avec une des tangentes communes.

Soient ω, ω' les périodes de $F(z)$. Si l'on a $ma=p\omega+p'\omega'$, l'équation

$$F(z+ma)=F(z),$$

a lieu quel que soit z : d'où le théorème de Poncelet sur les polygones inscrits à une conique, circonscrits à une autre.

Cela posé, les propositions de la théorie des fonctions doublement périodiques que M. Halphen interprète par cette méthode sont les suivantes :

Soient $a=\alpha-\alpha'$ la différence des *deux* infinis d'une fonction doublement périodique $F(z)$; la somme

$$\varphi(z)=F(z)+F(z+a)+\ldots+F[z+(m-1)a]$$

n'a que deux infinis α et $\alpha'-(m-1)\alpha$.

Si le produit ma est la somme de multiples des deux périodes, $\varphi(z)$ est une constante.

Soient α et α', ω et ω' les périodes de $F(z)$; soient aussi m, n, p, p' des entiers tels que l'on ait

$$\frac{\alpha-\alpha'}{n}=\frac{p\omega+p'\omega'}{m}=a;$$

la somme précédemment désignée par $\varphi(z)$ est indépendante de a.

Soient α l'un des infinis et β l'un des zéros de la fonction $F(z)$; si l'on a

$$\frac{\beta-\alpha}{n}=\frac{p\omega+p'\omega'}{m}=a,$$

le produit

$$\psi(z)=F(z)F(z+a)F(z+2a)\ldots F[z+(m-1)a]$$

est indépendant de z.

Les premières propositions conduisent M. Halphen aux théorèmes fondamentaux de M. Weill et à des généralisations de ces théorèmes; la dernière proposition lui fournit le théorème suivant :

« Soient Ω, Ω' deux polygones, le premier variable, le second fixe, inscrits dans un cercle et circonscrits à une conique : le produit des distances d'un sommet fixe de Ω' à tous les sommets de Ω est au produit des distances d'un autre sommet fixe de Ω' à tous les sommets de Ω dans un rapport constant. »

Weichold (*G.*). — Solution du cas irréductible, c'est-à-dire du problème consistant à exprimer les racines d'une équation complète du troisième degré comme fonctions algébriques, finies et numériquement calculables sous forme finie, des coefficients de cette équation, dans le cas où ces racines sont toutes à la fois réelles et au moins une d'elles commensurable. (293-318).

Ce titre est accompagné de la Note suivante :

« De cette définition du problème du cas irréductible il résulte évidemment :

» 1° Que la résolution d'une pareille équation au moyen des fonctions trigonométriques n'est nullement une solution du cas irréductible, pas plus que la division d'un angle en trois parties égales au moyen d'un rapporteur ne serait la solution du problème de la trisection d'un angle, puisque cette résolution revient en dernier lieu à la consultation de Tables où les racines de toutes les équations particulières de ce genre sont calculées d'avance par *approximation* et spécifiées en face de chaque cas particulier. Les racines de l'équation proposée ainsi, exprimées au moyen des fonctions trigonométriques, ne sont d'ailleurs ni fonctions algébriques, ni fonctions finies des coefficients de cette équation;

» 2° Que le cas où les trois racines de l'équation proposée sont toutes incommensurables à la fois n'entre pas dans le problème du cas irréductible, puisqu'il serait aussi absurde d'exiger que l'on exprimât ces racines numériquement exactes et sous forme finie que de vouloir exiger que l'on extraie une racine d'un nombre entier positif qui n'est pas une puissance exacte du même degré d'un autre nombre entier exactement et sous forme finie, et puisque la détermination approximative des valeurs de ces racines incommensurables peut être effectuée par la formule de Cardan, en développant les racines cubiques qu'elle renferme en séries convergentes. »

Resal. — Note sur les conditions de résistance d'un tube elliptique, dont l'épaisseur est faible, soumis à l'action d'une pression uniforme intérieure. (319-328).

Boussinesq. — Complément à une étude de 1871 sur la théorie de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques dont certaines dimensions sont très-petites par rapport à d'autres. (329-342).

Suite du Mémoire portant le même titre. Équation d'équilibre d'une plaque.

Jordan (*C.*). — Sur les covariants des formes binaires. (343-378).

Soient $a, b, c, \ldots$ un système de formes binaires en nombre quelconque, dont les ordres respectifs ne surpassent pas N. Tout covariant de ce système sera une fonction linéaire de produits RST ainsi définis :

R est un covariant dont l'ordre O et le degré D par rapport aux coefficients sont

limités par les inégalités suivantes :

$$O < 2N^2,$$
$$D < (9N^2 - O)3^{\rho+1},$$

où ρ est le plus grand entier satisfaisant à l'inégalité

$$\rho - 1 \overline{\overline{<}} \frac{\log \frac{N}{4}}{\log \frac{4}{3}};$$

S est un produit de covariants dont l'ordre ne dépasse pas $2N-2$ et dont le degré ne surpasse pas $2.3^{\rho+1}$.

T est un produit d'invariants dont le degré est inférieur à $(7N-5)3^{\rho+1}$.

Telle est la proposition principale à la démonstration de laquelle est consacré le Mémoire de M. Jordan ; toutefois l'auteur montre qu'on peut encore resserrer les limites, en ne s'astreignant plus à leur donner une forme aussi simple que précédemment, et établit le théorème suivant :

Tout covariant d'un système de formes d'ordre $\overline{\overline{<}} N$ peut s'exprimer en fonction entière de covariants dont l'ordre O ne surpasse pas la plus grande des limites suivantes :

$$N, \quad 2N-2, \quad N\delta - 2\varphi(\delta),$$

δ étant le plus grand entier qui satisfasse à l'inégalité

$$f(\delta) < \frac{N}{2};$$

f et φ sont des fonctions numériques définies par les égalités suivantes :

$$f(i) = 0, \quad f(2) = 1, \quad f(3) = 2,$$
$$f(2i+3) = f(2i+2) + 2E\left[\frac{f(i+3)}{4}\right],$$
$$f(2i+2) = f(2i+1) + 2E\left[\frac{f(i+2)+2}{4}\right],$$
$$\varphi(1) = 0, \quad \varphi(2) = 1, \quad \varphi(3) = 3,$$
$$\varphi(i) = \varphi(i-1) + f(i),$$

qui se calculent aisément de proche en proche.

On trouve ainsi pour

$$N = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$$

les limites

$$1, 2, 4, 6, 9, 12, 15, 18, 22, 26.$$

Mathieu (*É.*). — Mémoire sur la théorie des perturbations des mouvements des planètes. (379-404).

M. Mathieu s'est proposé de trouver des séries qui expriment les coordonnées de la comète dans le plan de son orbite et le temps t au moyen d'une même variable et qui, lorsque l'excentricité est très-voisine de l'unité, soient très-convergentes dans

toute l'étendue de l'orbite. De plus, de même que les formules connues pour les développements de r et Φ, dans la théorie des planètes, sont très-commodes pour étudier le mouvement troublé dans des orbites presque circulaires, il a cherché à approprier les formules nouvelles au calcul des perturbations d'un corps qui se meut dans une orbite extrêmement allongée.

Pepin. — Sur l'équation

$$7x^4 - 5y^4 = 2z^2.$$

(405-424).

La résolution en nombres entiers des équations comprises dans la formule

$$ax^4 + by^4 = cz^2$$

est le plus souvent impossible; mais, lorsqu'une équation de cette sorte admet une solution, elle en admet une infinité qu'on déduit successivement l'une de l'autre au moyen de diverses formules; toutefois, il n'est pas toujours possible d'affirmer que, en opérant ainsi, on ne laisse échapper aucune solution : pour l'exemple particulier qu'il traite, le P. Pepin donne diverses méthodes permettant d'obtenir avec certitude toutes les solutions exprimées par des nombres inférieurs à une limite donnée.

J. T.

ANNALES SCIENTIFIQUES DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE, PUBLIÉES SOUS LES AUSPICES DU MINISTRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE, PAR UN COMITÉ DE RÉDACTION COMPOSÉ DE MM. LES MAÎTRES DE CONFÉRENCES DE L'ÉCOLE (¹).

Tome VII; 1878. 2e série.

Gernez (D.). — Recherches sur la cristallisation des solutions sursaturées. (9-72).

Gourier. — Sur l'équation de Kepler. (73-76).

L'auteur a rédigé, d'après les indications de M. Hermite, la démonstration d'une propriété importante des racines de l'équation de Kepler.

L'équation

$$z - \alpha - \mathrm{E}\sin z = 0,$$

où α représente un angle donné compris entre 0 et π et E une constante positive inférieure à l'unité, a une racine réelle comprise entre 0 et π et une infinité de racines imaginaires; en divisant le plan sur lequel on figure les valeurs de z par des bandes parallèles à l'axe des y, et distantes de π, chaque bande de rang impair du côté des x positives comprend deux racines conjuguées, et de même chaque bande de rang pair du côté des x négatives.

(¹) Voir *Bulletin*, II_2, 149.

Si l'on considère la bande de rang $2k+1$ du côté des x positives, et si l'on représente par $x \pm yi$ les deux racines comprises dans cette bande, la valeur de x, pour les grandes valeurs de k, est à peu près égale à $2k\pi + \frac{\pi}{2}$, et celle de y à $\log \frac{2}{E} + \log\left(2k\pi + \frac{\pi}{2}\right)$.

Lemonnier (*H.*). — Mémoire sur l'élimination (Ire Partie). (77-96).

Dans la première Partie de ce Mémoire, présenté à l'Académie des Sciences le 26 juillet 1875, l'auteur met en évidence l'intime liaison qui unit les méthodes d'élimination d'Euler, de Cayley, de Bézout, de Cauchy; il en déduit l'expression et la formation, par des déterminants, des conditions suffisantes et nécessaires pour que deux équations entières en x aient p racines communes, ainsi que de l'équation propre à donner ces p racines.

Darboux (*G.*). — Mémoire sur la théorie des coordonnées curvilignes et des systèmes orthogonaux (Ire Partie). (97-150).

Le Mémoire précédent constitue la première Partie d'un travail étendu, qui a paru en entier dans le Recueil. Il contient le développement méthodique des recherches faites depuis assez longtemps par l'auteur et dont les principaux résultats ont été donnés dans les *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXXVI, LXXXIII et LXXXIV. Voici les titres des différents articles avec l'indication de leur contenu :

§ I. Définition d'une opération différentielle et formules qui s'y rapportent. L'opération dont il est question ici est définie par l'équation

$$\delta_u = \frac{\partial u}{\partial x_1}\frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial u}{\partial x_2}\frac{\partial}{\partial x_2} + \ldots + \frac{\partial u}{\partial x_n}\frac{\partial}{\partial x_n}.$$

§ 2. Application à la formation de l'équation aux dérivées partielles à laquelle satisfait le paramètre d'une famille de surfaces faisant partie d'un système orthogonal. Cette équation est donnée sous une forme simple et vérifiée par comparaison avec des résultats donnés précédemment par MM. Bouquet et Puiseux. L'auteur retrouve aussi la forme irrationnelle très-élégante due à M. Cayley.

§ 3. Intégration d'une équation aux dérivées partielles du premier ordre dont toutes les solutions donnent une famille de surfaces faisant partie d'un système orthogonal. Cette équation est la suivante :

$$\left[\left(\frac{u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}$$
$$= f(u)(x^2+y^2+z^2) + 2xf_1(u) + 2yf_2(u) + 2zf_3(u) + \varphi(u).$$

L'auteur montre qu'on peut en trouver une solution complète en considérant une famille de sphères. Cette solution complète une fois obtenue, on pourra en déduire la solution générale.

§ 4. Remarques nouvelles sur l'équation aux dérivées partielles du troisième ordre.

Cet article se rapporte à différentes transformations de l'équation aux dérivées partielles du problème. Entre autres applications, nous citerons la formation de

l'équation aux dérivées partielles qui caractérise toute surface qui, par son déplacement, peut engendrer une des trois familles de surfaces faisant partie d'un système triple orthogonal.

§ 5. Formation de l'equation aux dérivées partielles quand u est une fonction implicite de x, y, z. Comme vérification de l'équation, l'auteur retrouve la condition obtenue par M. Maurice Levy pour qu'une des familles du système triple orthogonal soit composée de surfaces du second degré ayant les mêmes plans de symétrie, Il démontre d'une manière générale que, si une famille de surfaces faisant partie d'un système triple est composée de surfaces ayant chacune un plan de symétrie, les plans de symétrie de toutes ces surfaces doivent coïncider, excepté dans certains cas particuliers qui sont nettement définis par la démonstration elle-même.

§ 6. Notions sur les coordonnées pentasphériques.

Cet article contient un résumé, nécessaire pour les applications qui vont suivre, des principales propositions relatives à ce système de coordonnées dans lequel un point est défini par ses puissances par rapport à cinq sphères, deux à deux orthogonales.

§ 7. Des systèmes orthogonaux formés d'une famille de cyclides.

§ 8. Extension de la méthode de formation de l'équation aux dérivées partielles du troisième ordre à l'étude de problèmes différents.

L'auteur montre que les méthodes qu'il a précédemment fait connaître peuvent s'appliquer dans d'autres cas. Il résout en particulier la question suivante. On sait qu'il existe une infinité de systèmes doubles orthogonaux définis de la façon suivante : la première famille (Σ) est formée de surfaces lieux des points dont la somme des distances à deux surfaces fixes (A) et (B) est constante ; la deuxième (Σ') est formée des surfaces lieux des points pour lesquels la différence des distances aux mêmes surfaces est constante. On demande si l'on peut adjoindre à ces deux familles de surfaces une troisième formée de surfaces les coupant à angle droit.

Lemonnier (*H.*). — Mémoire sur l'élimination (II[e] Partie). (151-214).

Geoffroy (*L.*). — Mémoire sur la résistance qu'éprouve une surface mobile de la part d'un milieu dans lequel elle se meut. (215-226).

L'auteur commence par considérer la résistance normale sur l'élément superficiel, et il prend pour base la loi de Newton, d'après laquelle cette résistance est proportionnelle au carré de la vitesse V de l'élément et au carré du cosinus de l'angle φ que fait la normale à l'élément superficiel avec la direction de la vitesse V. Il étudie d'abord les surfaces de résistance nulle et établit que ce sont des surfaces hélicoïdes ; puis il recherche les lignes de résistance nulle sur une surface mobile quelconque, le lieu des points d'une surface mobile où la résistance est la même par unité de surface et enfin le point de la surface où la résistance est maximum.

Il traite ensuite du frottement du milieu sur la surface mobile et il admet que ce frottement est proportionnel en chaque point au carré de la vitesse projetée sur le plan tangent à la surface. Le travail se termine par l'étude spéciale de l'hélice motrice des navires. L'auteur retrouve la formule déjà établie par MM. Guède et Jaÿ dans leur étude sur cette question d'application.

Darboux (*G.*). — Mémoires sur la théorie des coordonnées curvilignes et des systèmes orthogonaux. IIe Partie. (227-260).

L'auteur se propose d'étendre les résultats établis dans la première Partie de son travail aux systèmes orthogonaux à n variables. Pour cela, il considère n fonctions $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ satisfaisant aux relations d'orthogonalité, et il démontre d'abord que chacune de ces fonctions devra satisfaire à deux groupes distincts d'équations aux dérivées partielles du troisième ordre. Les équations du premier groupe, au nombre de $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$, sont tout à fait analogues à celle que l'on connaît pour le cas de trois variables; mais les $\frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{6}$ équations du second groupe sont nouvelles. M. Darboux démontre que ces équations sont suffisantes et que, toutes les fois qu'une fonction u satisfera à chacune d'elles, on pourra lui adjoindre $n-1$ fonctions formant avec elle un système orthogonal.

Comme application, l'auteur cherche les systèmes orthogonaux pour lesquels on aura

$$u = X_1 + \ldots + X_n,$$

X_i désignant une fonction de la seule variable x_i, et il montre que les fonctions X_i doivent satisfaire à l'équation du troisième ordre

$$X'_i X'''_i - 2 X''^2_i = a X''_i + b,$$

identique à celle qui a été obtenue par M. Serret dans l'étude de la même question pour le cas de trois variables. Parmi les résultats obtenus par l'auteur, nous citerons les suivants :

La famille

$$u = x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$$

forme un système orthogonal avec les $n-1$ familles obtenues par l'élimination de λ entre l'équation

$$v = \left(\lambda + \frac{x_1^2}{m_1}\right)^{m_1} \cdots \left(\lambda + \frac{x_n^2}{m_n}\right)^{m_n}$$

et sa dérivée par rapport à λ.

La famille

$$u = xyz$$

forme un système orthogonal avec les deux familles de surfaces représentées par les équations

$$\sqrt{v} = \sqrt{x^2 + \omega y^2 + \omega^2 z^2} \pm \sqrt{x^2 + \omega^2 y^2 + \omega z^2},$$

résultat déjà donné sans démonstration par M. Cayley (ω désigne une racine cubique de l'unité).

Les surfaces algébriques représentées par les équations

$$\frac{xy}{z(x^2 + y^2 + z^2 - R^2)} = u,$$

$$\arcsin \frac{2R\sqrt{x^2 + z^2}}{x^2 + y^2 + z^2 + R^2} \pm \arcsin \frac{2R\sqrt{y^2 + z^2}}{x^2 + y^2 + z^2 + R^2} = \text{const.}$$

forment un système triple orthogonal.

Les enveloppes des surfaces représentées par l'équation

$$u = \left(\lambda + \frac{x^2}{m}\right)^m \left(\lambda + \frac{y^2}{n}\right)^n \left(\lambda + \frac{z^2}{p}\right)^p \lambda^q,$$

où l'on fait varier λ, forment un système orthogonal triple et un.

Dans le § XI *bis*, M. Darboux généralise les résultats précédents, et il détermine les lignes de courbure d'une classe étendue de surfaces. Voici, en se bornant au cas de deux variables, les deux théorèmes principaux obtenus par l'auteur :

Soient X, Y, Z trois fonctions satisfaisant aux équations différentielles

$$\begin{aligned} X' X''' &= 2(X'' - a)(X'' - b), \\ Y' Y''' &= 2(Y'' - a)(Y'' - b), \\ Z' Z''' &= 2(Z'' - a)(Z'' - b). \end{aligned}$$

Si l'on détermine trois valeurs de λ par l'équation

$$\frac{X'^2}{\lambda - X''} + \frac{Y'^2}{\lambda - Y''} + \frac{Z'^2}{\lambda - Z''} + A = 0,$$

où A désigne une constante, les trois fonctions

$$\begin{aligned} u_k = {} & X'^2 \int_\alpha^{\lambda_k} \frac{(\lambda - a)^{\frac{a}{b-a}} (\lambda - b)^{\frac{b}{a-b}}}{\lambda - X''} d\lambda + Y'^2 \int_\alpha^{\lambda_k} \frac{(\lambda - a)^{\frac{a}{b-a}} (\lambda - b)^{\frac{b}{a-b}}}{\lambda - Y''} d\lambda \\ & + Z'^2 \int_\alpha^{\lambda_k} \frac{(\lambda - a)^{\frac{a}{b-a}} (\lambda - b)^{\frac{b}{a-b}}}{\lambda - Z''} d\lambda + A \int_\alpha^{\lambda_k} (\lambda - a)^{\frac{a}{a-b}} (\lambda - b)^{\frac{b}{b-a}} d\lambda, \end{aligned}$$

où λ_k est une des trois racines de l'équation en λ et où α désigne celui des deux nombres a et b pour lesquels l'exposant de $\lambda - \alpha$ est plus grand que -1, ces trois fonctions forment un système orthogonal. Dans le cas où A est nul, on retrouve les systèmes de M. Serret.

Le second théorème se rapporte aux lignes de courbure et peut s'énoncer ainsi :

Les lignes de courbure de la surface

$$X + Y + Z = C,$$

où les trois fonctions X, Y, Z *satisfont aux équations*

$$\begin{aligned} X' X''' &= 2K(X'' - a)(X'' - b), \\ Y' Y''' &= 2K(Y'' - a)(Y'' - b), \\ Z' Z''' &= 2K(Z'' - a)(Z'' - b), \end{aligned}$$

sont à l'intersection de la surface et des enveloppes des surfaces

$$u = \int_\alpha^\lambda \varpi(\lambda) \left(\frac{X'^2}{\lambda - X''} + \frac{Y'^2}{\lambda - Y''} + \frac{Z'^2}{\lambda - Z''}\right) d\lambda,$$

où $\varpi(\lambda)$ *est une fonction satisfaisant à l'équation*

$$k\varpi'(\lambda)(\lambda - a)(\lambda - b) = -\lambda\varpi(\lambda)$$

et où α est un des trois nombres a, b, ∞ défini par la condition

$$\frac{\varpi(\alpha)(\alpha-a)(\alpha-b)}{\alpha}=0,$$

qu'il est toujours possible de vérifier.

Les applications de cette proposition sont nombreuses. Elle donne les lignes de courbure des surfaces de Lamé

$$\left(\frac{x}{a}\right)^m+\left(\frac{y}{b}\right)^m+\left(\frac{z}{c}\right)^m=1$$

et de plusieurs surfaces assez générales du troisième et du quatrième ordre, par exemple les suivantes :

$$ax^m+by^m+cz^m+K(x^2+y^2+z^2)=C,$$
$$ax^2+by^2+cz^2+\alpha(x^2+y^2+z^2)=C.$$

Il y a aussi des surfaces transcendantes; voici l'une des plus simples

$$\frac{\cos mx}{m^2}+\frac{\cos ny}{n^2}+\frac{\cos pz}{p^2}=C.$$

Tisserand (*F.*). — Sur un point important de la théorie des perturbations planétaires. (261-274).

« On sait que les éléments elliptiques des planètes sont soumis à deux genres d'inégalités, les inégalités périodiques et les inégalités séculaires : ces dernières sont d'une grande importance, surtout dans la question de la stabilité du système planétaire. Laplace a montré le premier, en 1773, que, dans la première approximation, les grands axes des orbites, seuls parmi tous les éléments elliptiques, ne contiennent pas de terme séculaires ; mais il n'avait obtenu cet important résultat qu'en tenant compte des premières et des secondes puissances des excentricités et des inclinaisons supposées très-petites. En 1776, Lagrange établit, d'un trait de plume, pour employer une expression de Jacobi, que le théorème a lieu quelque loin qu'on pousse l'approximation par rapport aux excentricités et aux inclinaisons, mais en s'arrêtant à la première approximation relative aux termes proportionnels aux masses des planètes.

» Dans un Mémoire publié en 1808, Poisson fit faire un pas de plus à la question ; il arriva à démontrer l'invariabilité des grands axes, même en tenant compte des termes affectés des carrés et des produits des masses, termes qui sont introduits par la seconde approximation ; il réussit à montrer que cette approximation ne peut amener, dans les expressions des grands axes, aucun terme proportionnel au temps. La démonstration de Poisson comprend deux parties; la première est très-simple : c'est celle dans laquelle on examine l'effet des variations des éléments de la planète troublée; la seconde partie, où l'on tient compte des variations des éléments de la planète troublante, est très-compliquée; cela tient à ce que les fonctions perturbatrices ne sont pas les mêmes dans les deux cas; elles diffèrent, comme on le sait, par les termes en $\frac{xx'+yy'+zz'}{r^3}$ et $\frac{xx'+yy'+zz'}{r'^3}$. Si les fonctions perturbatrices avaient été les mêmes, ou bien avaient été dans un rapport constant, la



seconde partie de la démonstration de Poisson aurait été identique à la première, et le théorème se serait ainsi trouvé établi d'une façon très-simple.

» Le Mémoire de Poisson rappela l'attention de Lagrange sur ce sujet, et, quelques mois après, il présentait à l'Académie des Sciences un travail dont nous voulons donner une idée.

» Il rapporte les planètes, non plus au centre du Soleil, mais au centre de gravité du Soleil et des planètes; il obtient alors des équations symétriques, dans lesquelles la fonction perturbatrice est la même pour toutes les planètes ; il peut donc appliquer la première partie de la démonstration de Poisson et prouver, d'une façon simple, l'invariabilité des grands axes, en ayant égard aux termes de l'ordre du carré des forces perturbatrices; mais il s'agit des grands axes des orbites elliptiques variables, décrites par les planètes autour du centre de gravité considéré plus haut. Il fallait passer de là à l'invariabilité des grands axes des orbites décrites autour du centre du Soleil ; soient $2a$ le grand axe de l'orbite d'une planète dans le premier cas, 2α dans le second. Lagrange arrive à trouver la relation

$$\frac{1}{2a}=\frac{1}{2\alpha}+\frac{d\varphi_1}{dt}+\varphi_2,$$

φ_1 étant une fonction des coordonnées des deux planètes, comme φ_2; mais φ_1 est une fonction du premier ordre relativement aux masses, tandis que φ_2 est du second ordre. Si donc on néglige le troisième ordre, il suffira de substituer dans φ_2 les valeurs x, y, z, x', y', z' exprimées avec le temps et les éléments elliptiques constants; on n'obtiendra ainsi aucun terme proportionnel au temps; dans φ_1, il faut remplacer les coordonnées par leurs valeurs exprimées au moyen du temps et des éléments elliptiques variables fournis par la première approximation. Cette substitution pourra introduire dans φ_1 un terme proportionnel au temps; mais ce terme disparaîtra quand on formera $\frac{d\varphi_1}{dt}$. Telle est la méthode suivie par Lagrange; malheureusement l'expression à laquelle il est arrivé pour exprimer la différence entre $\frac{1}{2a}$ et $\frac{1}{2\alpha}$, au moyen de la somme $\frac{d\varphi_1}{dt}+\varphi_2$, est inexacte, par suite de plusieurs fautes de calcul, comme l'a démontré M. J.-A. Serret dans sa nouvelle édition des *OEuvres de Lagrange*, et la démonstration se trouve ainsi réduite à néant.

» J'ai remarqué qu'il suffisait de rapprocher le commencement du Mémoire de Lagrange de certains passages du célèbre Mémoire de Jacobi *Sur l'élimination des nœuds dans le problème des trois corps*, pour donner une démonstration très-simple et très-satisfaisante du théorème de Poisson.

» Les passages du Mémoire de Jacobi auxquels je viens de faire allusion ont été repris et développés par M. Radau (*Annales scientifiques de l'École Normale supérieure*, t. V). Il a montré dans ce travail que, si l'on rapporte le mouvement de la première planète au Soleil, celui de la deuxième au centre de gravité de la première planète et du Soleil, celui de la troisième au centre de gravité des deux premières planètes et du Soleil, et ainsi de suite, les coordonnées relatives dépendent d'équations différentielles symétriques, dans lesquelles la fonction perturbatrice est la même. En partant de là, j'ai donc vu que la première partie de la démonstration de Poisson s'appliquait comme dans le cas considéré par Lagrange, où l'on rapporte tous les mouvements des planètes au centre de gravité du Soleil et de ces planètes ; donc tous les grands axes des orbites elliptiques variables ne contiennent aucun terme proportionnel au temps, en ayant égard aux carrés et au produit des masses ; mais le mouvement de la première planète se trouve tout rapporté au

Soleil ; donc, au lieu d'avoir, comme Lagrange,

$$\frac{1}{2a} = \frac{1}{2\alpha} + \frac{d\varphi_1}{dt} + \varphi_1,$$

on a simplement

$$\frac{1}{2a} = \frac{1}{2\alpha},$$

et le théorème est ainsi démontré pour la première planète. Il est bien vrai que la démonstration n'est pas faite pour les autres planètes ; mais rien ne s'oppose à ce qu'on fasse jouer à la seconde planète le rôle assigné à la première, et l'on voit ainsi que le théorème a lieu pour toutes les planètes ».

Darboux (*G.*). — Mémoire sur la théorie des coordonnées curvilignes et des systèmes orthogonaux. III[e] Partie. (275-349).

Dans cette troisième et dernière Partie de son long travail, l'auteur s'est proposé de donner la solution complète d'une question importante et difficile dont il avait déjà esquissé l'étude dans sa Thèse insérée au Tome III du même Recueil.

Dans cette Thèse M. Darboux avait étudié la méthode que Lamé a fait connaître dans les *Leçons sur les coordonnées curvilignes* pour la recherche et l'étude des systèmes orthogonaux. Cette étude l'avait conduit à des résultats nouveaux, consignés soit dans son travail primitif, soit dans des Notes insérées aux Tomes LXVII, LXVIII et LXIX des *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*. L'auteur reprend d'abord cette recherche en l'étendant au cas de n variables et en étudiant d'une manière plus complète les propriétés de chaque groupe d'équations.

Considérant l'équation

$$dx_1^2 + \ldots + dx_n^2 = H_1^2\, d\rho_1^2 + \ldots + H_n^2\, d\rho_n^2,$$

il étudie les relations aux dérivées partielles auxquelles doivent satisfaire les quantités H_i, et il montre qu'elles se ramènent à deux types différents. Si l'on pose

$$\beta_{kk'} = \frac{1}{H_k}\frac{\partial H_{k'}}{\partial \rho_k}, \quad \beta_{kk} = 0,$$

on aura les deux systèmes

$$(1) \qquad \frac{\partial \beta_{kk'}}{\partial \rho_{k''}} = \beta_{kk''}\beta_{k''k'}, \quad (k \gtrless k' \gtrless k'')$$

et

$$(2) \qquad \frac{\partial \beta_{kk'}}{\partial \rho_k} + \frac{\partial \beta_{k'k}}{\partial \rho_{k'}} + \beta_{1k}\beta_{1k'} + \ldots + \beta_{nk}\beta_{nk'} = 0, \quad (k \gtrless k').$$

Une première remarque, déjà faite pour le cas de $n = 3$ par M. Combescure, est la suivante : à un même système de valeurs des β satisfaisant aux équations précédentes correspondent une infinité de systèmes orthogonaux. Comme application M. Darboux considère le système orthogonal à n variables, fondé sur les formules généralisées de la transformation par rayons vecteurs réciproques, et il en déduit un système orthogonal contenant n fonctions arbitraires d'une variable.

On vient de voir que les quantités H doivent satisfaire aux deux systèmes (1) et (2); mais on peut se demander ce qui arrive si elles satisfont seulement au premier de

ces systèmes. L'auteur établit alors que l'on est conduit à un système de coordonnées curvilignes jouissant seulement d'une partie des propriétés des systèmes orthogonaux. Par exemple, dans le cas de $n = 3$, il est formé de surfaces se coupant suivant des lignes conjuguées. Cette recherche conduit en particulier au théorème suivant :

Pour que deux systèmes de coordonnées curvilignes puissent se correspondre de telle manière qu'aux points correspondants les plans tangents aux trois surfaces aient la même direction dans les deux systèmes, il est nécessaire et suffisant que les surfaces de chaque système se coupent mutuellement suivant des systèmes de lignes conjuguées sur chacune de ces surfaces.

L'emploi des systèmes orthogonaux est soumis à de telles restrictions, ces systèmes sont si peu nombreux que l'on sera nécessairement conduit, en Physique mathématique, à adopter des systèmes de coordonnées curvilignes obliques. Le groupe particulier formé de surfaces se coupant suivant des lignes conjuguées pourra alors être employé avec avantage. M. Darboux, au § XV de son travail, fait connaître plusieurs systèmes jouissant de cette propriété.

Le § XVI contient la démonstration d'une proposition déjà donnée par l'auteur au Tome LXIX des *Comptes rendus*. M. Darboux avait montré comment de la connaissance d'un système orthogonal à n variables on peut déduire des systèmes orthogonaux à $n-1$, puis $n-2$, ... variables. Depuis ces premières études de l'auteur, M. Lie a établi, dans les *Nachrichten* de Gœttingue, des résultats du même genre. L'article XVI contient le développement des recherches antérieures de l'auteur, en même temps que des résultats nouveaux et différents de ceux de M. Lie.

Après ces études générales, se trouve abordée la solution générale d'un problème étendu qui a son origine dans un beau théorème de M. Bertrand. Dans son Mémoire sur les systèmes orthogonaux *isothermes* (*Journal de Liouville*, t. IX, p. 317) M. Bertrand a démontré que chacune des surfaces qui composent un système orthogonal peut être divisée en carrés infiniment petits par ses lignes de courbure. Mais la réciproque n'est pas vraie, et l'on connaît au moins un système, celui des cyclides homofocales, qui, sans être isotherme, jouit de la même propriété. On peut donc se proposer de chercher tous les systèmes orthogonaux qui jouissent de la propriété que toute surface de l'une quelconque des familles soit divisible en carrés infiniment petits par ses lignes de courbure, et l'on sera conduit à des systèmes entre lesquels il n'y aura plus qu'à chercher les systèmes isothermes. Déjà, dans son travail de 1866, M. Darboux avait réuni tous les éléments nécessaires pour la solution de ce problème, beaucoup plus difficile que la recherche des systèmes à la fois orthogonaux et isothermes. D'ailleurs, des travaux récents de M. Wangerin ont montré l'intérêt qu'il y aurait à le résoudre complétement et d'une manière détaillée. L'auteur reprend donc et développe sa première méthode, et il obtient les systèmes suivants :

1° Ceux qui sont formés d'une famille de plans parallèles, de deux familles de cylindres isothermes, et les transformés de ces systèmes par la transformation par rayons vecteurs réciproques ou inversion;

2° Les systèmes formés d'une famille de plans passant par une droite et de deux familles de surfaces de révolution ayant cette droite pour axe et dont les méridiens forment un système orthogonal isotherme, ainsi que leurs transformés par inversion;

3° Les systèmes formés d'une famille de sphères concentriques, de deux familles de cônes isothermes orthogonaux et leurs transformés par inversion.

4° Un système pour lequel on a

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 = \frac{1}{N^2}\left[\frac{(\rho_1 - \rho_2)^2 d\rho^2}{a} + \frac{(\rho_2 - \rho)^2 d\rho_1^2}{a_1} + \frac{(\rho - \rho_1)^2 d\rho_2^2}{a_2}\right],$$

où a, a_1, a_2 sont trois polynômes du second degré respectivement en ρ, ρ_1, ρ_2;

5° Un système pour lequel on a

$$ds^2 = \frac{1}{N^2}\left[\frac{1}{a}(\rho_1 - \rho_2)^4 d\rho^2 + \frac{1}{a_1}(\rho_2 - \rho)^4 d\rho_1^2 + \frac{1}{a_2}(\rho - \rho_1)^4 d\rho_2^2\right]$$

a, a_1, a_2 étant des constantes dont la somme est nulle;

6° Le système des cyclides homofocales;

7° Enfin un dernier système pour lequel on a

$$ds^2 = \frac{1}{M^2}\left[\frac{(\rho_1 - \rho_2) d\rho^2}{a} + \frac{(\rho_2 - \rho) d\rho_1^2}{a_1} + \frac{(\rho - \rho_1) d\rho_2^2}{a_2}\right],$$

où a, a_1, a_2 désignent des polynômes du troisième degré en ρ, ρ_1, ρ_2 respectivement.

Ces systèmes en comprennent beaucoup d'autres comme cas particuliers. Ainsi le système des cyclides homofocales comprend, comme cas particulier, celui qui est formé des surfaces homofocales du second degré. Pour ces différents systèmes, l'auteur donne les expressions de x, y, z en fonction de ρ, ρ_1, ρ_2; il n'y a d'exception que pour le dernier, qui ne paraît pas formé de surfaces algébriques.

Terquem (*A.*). — Sur les courbes dues à la coexistence de deux mouvements vibratoires perpendiculaires. (349-374).

André (*D.*). — Terme général d'une série quelconque, déterminée à la façon des séries récurrentes. (375-408).

Combescure (*E.*). — Sur les paramètres différentiels des fonctions et sur les lignes isothermes permanentes. (409-434).

SUPPLÉMENT AU T. VII.

Chamberland (*Ch.*). — Recherches sur l'origine et le développement des organismes microscopiques. (3-94).

ZEITSCHRIFT FUR MATHEMATISCHEN UND NATURWISSENSCHAFTLICHEN UNTERRICHT (¹).

Tome IX; 1878.

Schlömilch (*O.*). — Trois problèmes de Géométrie analytique. (21-22).

Schäwen (*v.*). — Les équations diophantiques du premier degré. (105-118).

L'auteur, en s'aidant des propriétés des déterminants, ramène la résolution de n équations à $n+p$ inconnues à celle d'une équation à $p+1$ inconnues.

Prandtl. — Diverses manières de compter l'intérêt (²). (119-122).

Il s'agit des divers produits du capital par les fractions

$$\frac{p}{100+p}, \quad \frac{p}{100}, \quad \frac{p}{100-p}.$$

Lühmann (*F. v.*) et *Schlömilch* (*O.*). — Problèmes résolus. (123-127).

Heilermann. — Remarques sur l'enseignement de l'Algèbre. (185-186).

Heilermann. — Les cinq angles polyèdres réguliers dont les faces sont des angles de polygones réguliers. (186-188).

Matthiessen (*L.*). — Les équations diophantiques du premier degré. (194-197).

Critique de l'article précédent de M. *v. Schäwen*.

Schlömilch (*O.*). — Remarques sur les valeurs-limites. (197-200).

L'auteur fait voir sur des exemples que l'on ne peut pas poser *a priori*, dans une série d'une infinité de termes, dans un produit d'une infinité de facteurs, etc., les égalités

$$\lim \Sigma u = \Sigma \lim u, \quad \lim \Pi u = \Pi \lim u, \quad \ldots.$$

(¹) *Bulletin*, II_2, 36.

(²) Procente *auf*, *in* und *von* 100.



Junghans (*F.*). — Notice sur *Hermann Grassmann*. (250-253).

Erler. — Sur les inégalités. (261-266, 341-346).

Cet article fait ressortir les analogies et les différences entre le calcul des inégalités et celui des égalités et comble une lacune qui se fait souvent sentir dans l'enseignement élémentaire.

Reidt (*Fr.*). — Problèmes sur le triangle. (267-274).

Hoffmann (*J.-C.-V.*). — Sur la didactique. (275-278).

Biedermann (*G. v.*). — Sur le problème de Délos. (279-280).

Schuster. — Remarques sur les articles p. 132-135 et p. 497-500 du Tome VIII. (283-284).

Voir *Bulletin*, II_2, 40. Quoi qu'en dise l'auteur des remarques, l'équation $z^0 = 1$ n'est ni vraie ni fausse; elle n'a absolument aucun sens.

Diekmann (*J.*). — Sur l'emploi des invariants dans l'enseignement. (347-355, 417-425).

Schlömilch (*O.*). — Sur les valeurs-limites des fonctions de plusieurs variables. (356-359).

Bolze. — Projet d'une nouvelle application du stéréoscope à l'Astronomie. (359-360).

Schlotke (*J.*). — Remarques sur l'article précédent. (361).

Schäwen (*v.*) et *Matthiessen* (*L.*). — Suite de la discussion sur les équations diophantiques du premier degré. (367-369).

Pick. — Sur les solutions graphiques approchées de la duplication du cube et de la quadrature du cercle, par le D[r] G. Buonafalce. (383-391).

Schlömilch (*O.*). — Possibilité et réalisation. (427-430).

L'auteur n'admet pas l'impossibilité de s'appuyer sur le résultat d'une construction géométrique avant de savoir effectuer cette construction. Il suffit de pouvoir démontrer d'une manière quelconque la *possibilité* de cette construction.

Problèmes proposés et résolus. (201-204, 284-288, 370-373, 431-438).

Programmes scolaires pour les années 1877 et 1878. (77-79, 160-162, 243-247, 322-327, 400-402, 456-462).

Tome X; 1879.

Schäwen (*P. v.*). — Le flacon de Mariotte. (4-12).

Bardey (*E.*). — Remarque critique. (17-18).

Il ne serait pas permis, d'après cette remarque, de définir une puissance (entière et positive) comme un *produit de facteurs égaux*, parce que, si $aaaaa$ était une puissance, il faudrait dire que $a+a+a+a+a$ est un *produit*, ce qui ne peut se dire que de $a \times 5$. Rien n'est plus important que l'exactitude et la précision du langage; mais il nous semble que, poussées jusqu'à de pareils scrupules, ces qualités mériteraient un autre nom. Le but est de s'entendre, et, si une façon de parler universellement usitée est claire pour tout le monde, il y a quelque puérilité à vouloir la changer.

Treutlein (*P.*). — La démonstration du théorème de Brianchon et le principe de dualité. (89-98).

Günther (*S.*). — Solution, par des constructions planes, de problèmes élémentaires d'Astronomie. (99-105).

La réduction d'un problème astronomique à une construction plane, et par suite celle du calcul des éléments à une question de Trigonométrie rectiligne, est toujours avantageuse lorsque les éléments du problème sont des arcs de petits cercles.

Matthiessen (*L.*). — Sur une antique solution du problème dit *des restes*, présentée sous la forme moderne. (106-110).

Ce problème consiste dans la résolution des équations

$$N = m_1 x_1 + r_1 = m_2 x_2 + r_2 = \ldots,$$

lesquelles sont en nombre moindre d'une unité que le nombre des inconnues.

Schlegel (*V.*). — Sur la méthode d'exposition mathématique. (169-176).

Meutzner. — Sur l'enseignement de la Physique. Un Chapitre de l'Acoustique. (177-183).

Hoffmann (*J.-C.-V.*). — La réforme de l'enseignement des Sciences mathématiques et physiques dans les gymnases de Prusse. (184-190, 317-332, 401-406).

Treutlein. — Sur le théorème de Brianchon. (191-193).

Regel (*K.*) — Éloge de Carl-Anton Bretschneider. (237-242, 310-314).

Suivi de la liste de ses écrits.

Edler (*Fr.*). — Sur les maxima et les minima dans les figures planes. (245-259).

On connaît les deux Mémoires publiés par Steiner dans le *Journal de Crelle*, t. XXIV, sur le maximum et le minimum des figures dans le plan, sur la sphère et dans l'espace en général. La méthode de Steiner se distingue par son extrême simplicité. Malheureusement ses démonstrations sont entachées d'un vice commun, que Lejeune-Dirichlet signala à l'auteur et qui rend les raisonnements illusoires. Personne jusqu'ici n'avait songé à faire disparaître cette erreur; M. Edler entreprend cette correction dans le présent travail, en se bornant au cas des figures planes.

Kornek (*G.*). — Construction fausse du pentagone régulier. (264-265).

Bardey (*E.*). — Équations dont les racines forment une progression arithmétique ou géométrique. (333-345).

Weinmeister. — Addition à la Note p. 191 sur le théorème de Brianchon. (407-408).

Kurz (*A.*). — Sur le calcul des moments d'inertie. (409).

Schuster. — Encore la forme $\frac{0}{0}$ et l'égalité $7 = 13$. (409-412).

La discussion ne semble pas près de finir!

Hoffmann (*J.-C.-V.*). — Sur un problème de Schlömilch et sur le théorème de Rulf. (412-414).

Hoffmann (*J.-C.-V.*). — Sur les démonstrations inutiles. (414-415).

L'auteur cite comme inutile la démonstration de cette vérité, qu'un cercle n'a qu'un seul centre. Il est clair qu'il n'y a aucun effort à faire pour convaincre de ce fait le premier venu; seulement il n'y a aucun inconvénient d'expliquer comment cette vérité dépend d'autres vérités précédemment admises, et, quoique l'explication n'exige pas deux lignes d'écriture, ce n'en est pas moins une *démonstration*. En Géométrie, les démonstrations ont bien moins pour but d'imposer la conviction des faits que de relier méthodiquement ces faits entre eux.

Problèmes proposés et résolus. (115-119, 196-199, 266-269, 346-352, 416-421).

Programmes scolaires pour les années 1878-1879. (212-215, 297-300, 382-383, 461-463).

ГЛАСНИК Српског ученог Друштва (¹). У Београду у државној штампарији.

Tome XXV; 1869.

D. Stoïanovitch. — Le théorème de Sturm. (100-176).

Résumé des travaux sur ce théorème.

Tome XXVII; 1870.

D. Stoïanovitch. — Théorie des moindres carrés. (1-80).

Exposé des travaux anciens et récents.

Tome XLI; 1875.

L. Klèritch. — Problèmes de Cinématique. (283-315).

Quelques problèmes sur les notations géométriques et leurs applications; sur les sections coniques engendrées par le mouvement d'un mobile dans le plan.

L. Klèritch. — Applications de Statique graphique à la résolution des problèmes de Géométrie.

Le polygone des forces appliqué à la résolution des problèmes de Géométrie élémentaire.

Tome XLIII; 1876.

D. Stoïanovitch. — La réfraction de la lumière. (173-237).

Théorie mathématique de la biréfraction.

(¹) *Recueil des Mémoires de la Société savante serbe.* Belgrade, à l'imprimerie de l'État. Paraissant en un ou deux volumes par an et contenant des Mémoires sur les Sciences historiques et les Sciences exactes.

L. Kléritch. — La théorie et la construction du pantographe polaire (conchoïdographe). (238-260).

Similitude des figures obtenues par le pantographe.

Tome XLIV; 1877.

L. Kléritch. — Point d'application et grandeur de la force centrifuge d'une surface circulaire qui se meut autour de l'axe vertical sous un certain angle et avec la vitesse angulaire constante. (153-168).

L'auteur étudie le cas d'un cône et étend ainsi un théorème de Weisbach donné dans sa *Mécanique théorique*.

Tome XLV; 1877.

L. Kléritch. — Application de Dynamique graphique à la Géométrie. (174-201).

L'auteur donne la théorie de l'hodographe de Hamilton et retrouve d'intéressantes relations entre les lignes courbes et leurs tangentes. Le terme de *Dynamique graphique* est employé, à tort suivant nous, dans le sens de phoronomie.

Tome XLVI; 1878.

D. Stoïanovitch. — Diamètres conjugués de l'ellipse et de l'hyperbole et rayon de courbure de la parabole. (4-19).

Les résultats obtenus par M. Kléritch retrouvés par des procédés purement géométriques.

D. Stoïanovitch. — Le rayon de courbure de l'ellipse et de l'hyperbole. (20-41).

Suite de l'article précédent.

D. Néchitch. — Essai de quadrature du cercle. (177-214).

Par un procédé ingénieux, l'auteur démontre une fois de plus l'impossibilité de la solution du problème de la quadrature du cercle.

S.

RAD JUGOSLAVENSKE ACADEMIJE ZNANOSTI I UMJETNOSTI U ZAGREBU (1).

Tome XV.

M. Seculić. — Fluorescence et calorescence. (77-86).

Essai d'une théorie mathématique de ces deux phénomènes.

Tome XIX.

S. Subić. — Théorie mécanique de la chaleur. (12-61).

Exposé des résultats de la Théorie mécanique de la chaleur.

Tome XX.

M. Sekulić. — L'aurore boréale. La cause de l'électricité terrestre. (39-60).

Tome XXIII.

M. Sekulić. — Recherches sur l'arc-en-ciel. (75-85).

Tome XXIV.

S. Subić. — Théorie mécanique de la chaleur. (150-266).

Suite du Mémoire inséré au tome XIX.

Tome XXVI.

M. Sekulić. — Physique des atomes et des molécules. (109-152).

Tome XXIX.

S. Subic. — Théorie dynamique des gaz. (1-144).

Tome XXXIV.

A. Laske. — Sur la théorie atomique. (59-74).

---

(1) *Actes de l'Académie yougoslave des Sciences et des Arts.* Agram. Paraissant en quatre volumes par an et contenant des Mémoires de Sciences, de Lettres et des Arts.

Tome XL.

S. Subić. — Sur les moyens que nous donnent les Sciences mathématiques pour corriger les résultats des expériences de Physique. (45-115).

Théorie de moindres carrés, interpolation, etc.

K. Zahradnik. — Sur la convergence et la divergence des séries infinies. (147-158).

K. Zahradník. — La connexion des logarithmes népériens avec les logarithmes naturels. (159-165).

K. Zahradník. — Sur quelques courbes obtenues par la section du cône. (166-171).

S.

TABLE DES MATIÈRES.

DÉCEMBRE 1879.

Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.

Le Gérant : GAUTHIER-VILLARS.



